

**Commemoració de
l'Any Mundial de les
Matemàtiques**

**Commemoració de
l'Any Mundial de les
Matemàtiques**



Commemoració de l'Any Mundial de les Matemàtiques

Sessió celebrada
al Palau del Parlament el dia
19 de juny de 2000

Publicacions del Parlament de Catalunya
Barcelona, 2000

Commemoració de l'any mundial de les matemàtiques : sessió celebrada al Palau del Parlament el dia 19 de juny de 2000.- (Testimonis parlamentaris ; 4)
ISBN 84-393-5258-1
I. Catalunya. Parlament II. Col·lecció: Testimonis parlamentaris ; 4
1. Matemàtica – Congressos
51(061.3)

Fotografia coberta: Firo-Foto, S L (inferior)
Disseny gràfic de O3 BCN Packagers, Barcelona

© Publicacions del Parlament de Catalunya, 2000
Primera edició, setembre del 2000 (edició núm. 100)
Tiratge: 1.500 exemplars

ISBN: 84-393-5258-1
Dipòsit legal: 43867-2000

Imprès a Gràfiques Ibèria, S A, Barcelona

Contingut

Declaració institucional sobre l'Any Mundial de les Matemàtiques

7

Obertura

M. H. SR. JOAN RIGOL I ROIG

13

DR. JOAQUIM M. ORTEGA ARAMBURU

23

Les matemàtiques a Catalunya: situació actual i perspectives

DRA. MARTA SANZ I SOLÉ

Presentació de la taula rodona

31

Presentació dels ponents

37

DR. JOAN GIRBAU I BADÓ

La recerca en matemàtiques

42

DR. ENRIC FOSSAS I COLET

Matemàtiques aplicades. Relacions amb l'empresa

51

SRA. ANNA POL I MASJOAN

L'educació matemàtica en l'ensenyament secundari

61

DR. JOAQUIM BRUNA I FLORIS

Les matemàtiques a la universitat

71

Les matemàtiques com a eina essencial per al desenvolupament

SR. JULIÀ CUFÍ I SOBREGRAU	
<i>Presentació de la taula rodona</i>	83
<i>Presentació dels ponents</i>	89
DR. CARLES BONET I REVÉS	
<i>La utilitat de les matemàtiques</i>	95
DRA. PILAR BAYER I ISANT	
<i>Les matemàtiques: una ciència en evolució</i>	103
DR. FERRAN A. HURTADO DÍAZ	
<i>Les matemàtiques i les seves aplicacions científiques i tècniques</i>	111
DR. DAVID NUALART I RODON	
<i>Les matemàtiques i les ciències socials</i>	121
SR. MANUEL UDINA I ABELLÓ	
<i>Les matemàtiques en la societat tecnològica</i>	127

Cloenda

DR. SEBASTIÀ XAMBÓ I DESCAMPS	137
H. SR. JOAQUIM FERRER I ROCA	143

Declaració institucional sobre l'Any Mundial de les Matemàtiques

Aprovada per la Junta de Portaveus del Parlament en la sessió del dia 15 de juny de 1999 i publicada en el *Butlletí Oficial del Parlament de Catalunya*, núm. 408, del 28 de juny de 1999.

Junta de Portaveus

L'any 2000 fou proclamat Any Mundial de les Matemàtiques en la Declaració de Rio de Janeiro del 1992. Aquesta iniciativa va rebre el suport de la UNESCO en reunió plenària, en la Conferència General de l'11 de novembre del 1997. Moltes associacions i institucions internacionals han expressat llur suport a aquesta celebració i hi col·laboren. A Catalunya s'ha constituït també una comissió, a iniciativa de la Societat Catalana de Matemàtiques, en la qual hi ha representades la Feemcat (Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya) i les facultats de Matemàtiques de les universitats de Catalunya. Un dels actes més importants mundialment tindrà lloc a Barcelona, on se celebrarà el Congrés Europeu de Matemàtiques, que organitza la Societat Catalana de Matemàtiques, sota els auspicis de la Societat Europea de Matemàtiques. També se celebrarà el Congrés d'Educació Matemàtica-cem 2000, organitzat per la Feemcat.

Les matemàtiques són una expressió de la intel·ligència humana i constitueixen un eix central de la història de les idees i de la cultura. Les aplicacions de les matemàtiques són cada cop més extenses, no

solament en l'àmbit de les ciències naturals i de la tecnologia, sinó també en molts altres camps, com ara les ciències socials i la comunicació. A les portes del segle XXI, les matemàtiques formen part del bagatge cultural que necessita tota la població i són indispensables per a desenvolupar i comprendre la societat de la informació. Un altre aspecte de les matemàtiques és la universalitat, pel seu origen i desenvolupament en cultures molt diverses, pel seu llenguatge i per les seves aplicacions; per tant, són un terreny adequat per a la cooperació entre diferents pobles i cultures.

El Parlament de Catalunya dóna suport a la celebració de l'Any Mundial de les Matemàtiques, d'acord amb els seus objectius. Aquesta celebració pot significar un impuls per a la recerca matemàtica i per a l'estudi dels reptes de la matemàtica al segle XXI, fomentar la cooperació internacional i promoure la divulgació de les matemàtiques i de les aplicacions que tenen, i també de l'educació matemàtica a Catalunya.

Palau del Parlament, 15 de juny de 1999

Obertura

**Paraules d'obertura del
M. H. Sr. Joan Rigol i Roig,
president del Parlament
de Catalunya**

Siguin benvinguts al Parlament de Catalunya. Per mitjà de la representació democràtica del nostre poble, aquesta és també la casa de vostès.

Vull agrair especialment als membres de la Comissió de Cultura del nostre Parlament que hagin propiciat la iniciativa de celebrar aquesta jornada amb motiu de l'Any Mundial de les Matemàtiques. S'inscriu en l'esforç que fem tots d'obrir la nostra institució parlamentària a la societat. El fet que avui haguem convocat la societat matemàtica del país és amb l'intent de compartir la dimensió social i, per tant, política, en majúscules, de la seva tasca.

Com a polític, els he de confessar que em fa basarda haver de parlar d'allò en què no entenc, i més davant els experts del país en la matèria. Però no voldria reduir la meva intervenció a unes paraules dites «institucionals». Voldria fer-los avinent la reflexió personal que m'ha suscitat la celebració d'aquesta jornada. Els demano comprensió i disculpes per avançat. Entenguin-ho com una aportació de bona voluntat de qui, com a president del Parlament de Catalunya, vol acollir-los i honorar-los amb aquest esforç personal de reflexió.

1. Dimensió social dels matemàtics

Crec que aquest és un acte de reconeixement d'un deute social i polític. De fet, tots els anys internacionals que dediquem a algun motiu es fan sobre fets dels quals hom té una certa mala consciència: que la societat no ho valora suficientment i que cal potenciar l'atenció en la matèria escollida. A ningú no se li acudirà dedicar un any mundial a les borses de valors o a les companyies petrolieres, per exemple. En canvi, celebrem l'any internacional de la família, del subdesenvolupament o dels drets de la infància, i, aquest any, també de les matemàtiques. Heus ací un indici de mala consciència ciutadana. Per què?

Tots intuïm que a l'entranya o als límits de la natura, de l'art, de la llibertat humana hi ha el misteri, però se'ns escapa la raó última, el sentit últim de la realitat. L'ésser humà és imprevisible: aquesta és la grandesa de la seva llibertat; el seu comportament, les seves conviccions, els seus sentiments no obeeixen a cap model matemàtic. Però cal arribar a la frontera del misteri amb rigor intel·lectual i metodològic, per tal que l'acceptació del misteri no sigui una abdicació intel·lectual.

Probablement aquest coratge i aquest rigor intel·lectual són el valor afegit de la humanització de la natura, de l'art, de la societat. Aquí és on em sembla veure la gran importància de les matemàtiques.

Les matemàtiques com a ciència, però també com a actitud, permeten que la nostra capacitat contemplativa del món no sigui una simple supeditació o un conformisme davant l'objecte, sinó que esdevingui una contemplació humana, activa, aportadora de sentit, que recerca la congruència i l'harmonia; és una contemplació intelligent. Si m'ho permeten, usant una paraula ben seva, una contemplació integral on l'objecte i el subjecte esdevenen motiu de creació. És així,

al meu entendre, que, en la recerca de congruència, la matemàtica esdevé creadora d'espais nous a la intel·ligència humana.

2. El reduccionisme a la funcionalitat

La nostra societat sovint només valora el sentit de les coses pel seu caràcter instrumental, i sovint desenvolupa el que la ciència aporta només per la seva utilitat immediata. És una societat que només valora la futilitat del present.

Dos exemples. Toynbee explica que quan Anglaterra va estendre l'educació bàsica a tota la població, al cap de vint anys van sortir els nous *lords* que s'apropriaven d'aquest esforç humà per mitjà de la premsa groga. I un altre exemple ben actual: molta gent és reticent a acceptar un determinat nivell d'immigració, però quan se'ls diu que això és la solució per a finançar la seguretat social del futur i així garantir les seves pensions de jubilació, aleshores ja accepten la immigració. Les raons d'utilitat immediata acostumen a estar per sobre de les raons més profundament humanitàries.

És que cal que els matemàtics manifestin les seves imprescindibles i indiscutibles utilitats en els camps científics i tecnològics per tal d'obtenir el relleu social que es mereixen?

Tots justifiquem la nostra dedicació al treball, a la professió per les utilitats que té. Però en el nostre treball, en el seu sentit social, cultural i vocacional, hi ha alguna cosa més.

A la nostra societat el progrés tecnològic ha esdevingut la deessa universal. Avui el progrés tecnològic exerceix de substitutiu de les ideologies i, fins i tot, de la moral. «Si això funciona, vol dir que és

bo», sembla que és una afirmació universalment acceptada. Si, a més, hi afegim la idea de mercat, com a paradigma de la utilitat immediata, arribem a la formulació del dogma que s'ha constituït en la nova religió de la societat actual: «Si el mercat ho valora, és bo; si el mercat ho rebutja, és dolent.»

Amb aquesta lògica de la conducta, l'ésser humà supedita els seus valors de creativitat i de llibertat a l'instrument que ha creat. L'esclau ha esdevingut amo del senyor.

Cal, com el pa que mengem, una actitud científica, que mantingui viva la humanització del procés de recerca de l'ésser humà envers la natura. No n'hi ha prou amb l'immediatisme de la utilitat, cal escrutar la raó interna, fins i tot abstracta dels fenòmens i de les coses, per tal de no esdevenir esclaus dels instruments que fabriquem. Vet aquí el que, al meu entendre, és l'aportació de l'activitat matemàtica de l'ésser humà, és a dir, el que hi ha d'humanisme en l'actitud matemàtica: aquella que fa que l'ésser humà no quedi clos en el límit de les coses, sinó que sàpiga mantenir viu el repte humà de la recerca de la congruència, de l'harmonia interna i d'intentar arribar al límit del límit. Aquesta és una incitació transcendent que tots portem dins nostre i que l'actitud matemàtica fa operativa.

3. Un univers de cultura

És ben cert que això que dic pot aplicar-se als científics en general. Com a cultura, la matemàtica no és exclusiva d'un gremi, d'una professió. Probablement, aquesta és la seva grandesa: s'estén a tots els racons de la ciència. Però aquesta mirada del món que ella aporta, aquesta actitud cultural, es projecta d'una manera específica en l'àmbit dels seus professionals. Perquè, tot i que té derivacions en

altres professions, científicament, la matemàtica és un món amb autonomia total i, tanmateix, tampoc no pot abastar tota la realitat i el seu imaginari. Com deia Gödel, «si el sistema és consistent, és incomplet i la seva consistència és indemostrable dins el sistema».

Aquest humanisme matemàtic se'm suggereix fonamentat en dues constatacions: a) la gratuïtat de les proposicions possibles de ser formulades matemàticament, i b) el rigor en enfrontar-se a la seva anàlisi.

La gratuïtat de les proposicions matemàtiques és que poden ser formulades no necessàriament com a fruit d'un determinisme previ, atès el caràcter abstracte que presenten i, alhora, l'abast universalitzable. La gratuïtat, doncs, esdevé per mi el signe de l'obertura de la matemàtica a tota la intel·ligència humana com a tal. El fet que la matemàtica sigui una ciència abstracta fa que no tingui els condicionants d'un objectiu de caràcter material, que cenyiria el seu interès a un àmbit circumscrit i determinat. Vola fins on la intel·ligència pot arribar.

Em sembla que, en el fons, els matemàtics es preocupen «d'entendre» esbrinant les possibilitats funcionals de la mateixa intel·ligència humana. És per això que em sembla que el mateix procediment matemàtic esdevé humanisme.

I, el segon, el rigor en l'anàlisi és l'esforç de voler afrontar la gratuïtat de les propostes des de la congruència.

El mètode, així, ja no és un encotillament per a reduir la grandesa de la realitat possible a una mesura preestablerta, sinó l'instrument per a arribar a copsar la congruència interna de la mateixa realitat, real, imaginada o simplement possible.

Però, alhora, el mètode té també la seva servitud. Necessita la convencionalitat del llenguatge i del concepte preestablert per tal que

sigui comprensible als altres. L'anàlisi matemàtica no és un acte de soliloqui, sinó de diàleg social en la comunitat científica. Heus aquí una constant, la grandesa i la servitud com a tensió dialèctica inherent a l'humanisme.

4. Pot viure una cultura sense les matemàtiques?

És obvi que no. Però vull referir-me al camp concret d'una cultura determinada, la catalana. Abans d'arribar-hi voldria encara fer tres constatacions genèriques; al fil del que he dit fins ara sobre el que cal esperar, no en exclusiva, però sí específicament de l'aportació dels matemàtics a la societat.

- a) Si no hi ha sistema i mètode, no hi ha comunicabilitat intel·ligent possible. La materialitat del llenguatge és també, entre altres coses, un codi matemàtic. Els humans viuríem aleshores en el caos, en l'aleatorietat total. Ni llenguatge ni ètica serien possibles. L'ésser humà i la societat no serien possibles.
- b) Sense rigor metodològic esdevindríem subjectes passius davant la realitat, que se'ns imposaria amenaçant. Ens situaríem en l'estadi més primitiu de la humanitat, quan la por a la natura, a la realitat feia que l'expressió religiosa de l'ésser humà més primitiu fos el reflex de la nostàlgia per tornar a ser natura no intel·ligent. És aquest rigor en l'anàlisi, en aquest procés d'humanització, el que ens permet ser ciutadans i no uns simples eons d'un caos.
- c) Sense gratuïtat de proposició, capaç de ser analitzada i compresa intel·lectualment, no hi hauria art possible. La relació entre música i matemàtiques n'és l'exemple més paradigmàtic, com un quadre de Cézanne. Tinc al meu davant la fotocòpia d'un article pre-

ciós de l'amic Jorge Wagensberg, «Beethoven versus Newton», que ho corrobora, parlant del concert per a violí en re major, opus 61, del músic alemany.

La matemàtica és també l'esforç humà per contemplar, per entendre, per intentar entrar en el límit de la intelligibilitat.

Per això em sembla que la matemàtica, com a activitat científica, és un punt de referència per a l'actitud autocrítica envers la societat purament compulsiva, la de la llei del més fort, la que ens considera més productors-consumidors que persones.

5. Conclusions

Per això vull acabar formulant tres asseveracions sobre la cultura catalana, que, pel fet que són sintètiques, poden esdevenir excessivament reduccionistes:

- 1) Si volem un poble pobre d'esperit i materialment, traguem-li les matemàtiques, especialment en els plans d'estudis dels joves.
- 2) Si volem només un poble ric materialment, valorem les matemàtiques només per la seva funcionalitat immediata i aplicada a la tecnologia: sociologia, economia, estadística, informàtica, biologia, astronomia, etcètera. No cal dir que aquesta funcionalitat ens admira i ens hi obliga.
- 3) Si, a més, volem un poble ric espiritualment, necessitem que es valori la formació i la investigació matemàtiques, com una aventura humana necessària i apassionant, cap a la recerca del límit, de l'entranya del que som capaços de pensar i imaginar com a real o com a possible.

Els agraeixo la paciència que han tingut d'escoltar aquestes reflexions personals, de cap de setmana, d'un inexpert que volia fer la seva aportació personal a aquestes jornades.

Però amb aquest intent no volia fer altra cosa que desitjar-los que trobin en aquest Parlament l'escalf humà, social i polític per tal de reforçar el que vostès signifiquen i aporten a la construcció de la societat catalana, de Catalunya.

Donem per inaugurada aquesta jornada sobre la matemàtica en el seu any internacional, a la seu del Parlament de Catalunya.

Moltes gràcies.

**Paraules d'obertura
del Dr. Joaquim M.
Ortega Aramburu,
president de la Comissió
per a l'Any Mundial
de les Matemàtiques**

Molt honorable senyor president del Parlament, honorable senyor president de la Comissió de Política Cultural, il·lustres diputats, senyores, senyors, amigues i amics, les primeres paraules són d'agraïment al Parlament de Catalunya i al seu president pel fet de celebrar aquesta sessió commemorativa de l'Any Mundial de les Matemàtiques a la seu del Parlament. D'una manera especial, vull agrair a la Comissió de Política Cultural i, especialment, al seu president l'organització d'aquest acte. Aprofito l'avinentesa per agrair també a l'antic president del Parlament, l'honorable senyor Joan Reventós, el seu impuls a la Declaració institucional del Parlament de Catalunya sobre l'Any Mundial de les Matemàtiques, que fou aprovada ara fa tot just un any, el 15 de juny de 1999.

Em plau mostrar la meva satisfacció, i crec que és àmpliament compartida, per la celebració d'aquest acte per diferents motius. En primer lloc, ens sentim honorats, contents que el Parlament obri les seves portes a la comunitat matemàtica per parlar sobre les matemàtiques. En segon lloc, perquè és una magnífica ocasió per a fer arribar als diputats la situació i les perspectives de les matemàtiques. En tercer lloc, perquè aquest acte, conjuntament amb la Declaració institucional sobre l'Any Mundial de les Matemàtiques, constitueix un suport molt important als objectius d'aquesta celebració i té un alt valor simbòlic i pedagògic de suport a les matemàtiques.

L'objectiu més important de l'Any Mundial de les Matemàtiques és fer arribar a la societat el missatge que les matemàtiques són una eina essencial per al desenvolupament cultural, científic i tecnològic d'un país. Naturalment, s'haurien d'obtenir i aplicar les conseqüències que deriven d'aquest fet; unes conseqüències que haurien de ser importants en el terreny de l'educació i en el de la cooperació.

El paper de les matemàtiques en la formació intel·lectual i com a eina per a l'anàlisi i la comprensió de la realitat sempre ha estat reconegut. En el món científic és un llenguatge imprescindible; en moltes de les noves tecnologies és, no tan sols un instrument indirecte, sinó que en forma part essencial. Tanmateix, l'apreciació social de la disciplina i el seu paper en l'educació no està sovint en correspondència amb la seva importància. Entre altres, aquestes consideracions devien ser presents en la Unió Matemàtica Internacional quan el 1992 va acordar la celebració del 2000 com l'Any Mundial de les Matemàtiques. Aquí i ara crec que són de completa actualitat.

Juntament amb aquest lema, «les matemàtiques com a eina per al desenvolupament», es va proposar fer una reflexió sobre els principals desafiaments matemàtics del segle XXI i impulsar accions per tal de millorar la imatge de les matemàtiques.

La UNESCO, l'any 1997, prenent en consideració la importància de les matemàtiques i les aplicacions que tenen en el món d'avui, va donar suport a la iniciativa i va ressaltar el paper clau de l'educació matemàtica, en particular en l'ensenyament primari i secundari. Els suports institucionals a la celebració han estat múltiples. Els més importants, entre els propers, són el del Congrés dels Diputats i el del Parlament de Catalunya.

L'activitat més important que es desenvoluparà a Catalunya en l'àmbit de les matemàtiques aquest any es farà el proper mes de juliol. Es tracta del Tercer Congrés Europeu de Matemàtiques, organitzat per la Societat Catalana de Matemàtiques, sota els auspicis de la Societat

Europea de Matemàtiques. En la preparació d'aquest Congrés s'ha implicat una part molt important de la nostra comunitat. Paral·lelament, es faran un seguit de congressos satèl·lit, entre els quals vull destacar d'una manera molt especial el Congrés d'Educació Matemàtica, organitzat per la Feemcat. Esperem que aquests congressos, a banda dels seus objectius específics, ajudin a fer arribar a la societat el paper fonamental de les matemàtiques.

No voldríem que els missatges de l'Any Mundial quedessin limitats a l'àmbit acadèmic o institucional. Estem també intentant portar aquests missatges al gran públic. Destaquem la campanya de cartells als vagons del metro, que mostren alguns exemples de les aplicacions de les matemàtiques a les modernes tecnologies i del pensament matemàtic; la impressió de targetes del metro amb motius matemàtics, i l'emissió d'informacions sobre l'Any Mundial per la ràdio i al metro, que completen la campanya. Iniciatives semblants en el transport públic s'estan fent al llarg de l'any en ciutats com Mont-real, París, Lisboa, Londres, Buenos Aires, etcètera.

Altres formes d'arribar a diferents àmbits han estat el cicle sobre cinema i matemàtiques, a la Filmoteca de la Generalitat; els concursos matemàtics que s'han fet i que es faran; els concursos de fotografia matemàtica; les jornades dedicades a la literatura i les matemàtiques; l'acte de celebració al paranimf de la Universitat de Barcelona, etcètera.

Avui es tracta de fer una sessió commemorativa de l'Any Mundial de les Matemàtiques en l'àmbit institucional més important, el Parlament. El format escollit –les dues taules rodones– permet una participació àmplia i –esperem-ho– un debat interessant. Ens va semblar adequat fer la proposta de dedicar una de les taules rodones d'aquesta sessió a un dels missatges essencials d'aquest Any, «les matemàtiques com a eina essencial per al desenvolupament». D'altra banda, a més d'aquest tema de caràcter universal, semblava pertinent fer una reflexió de caràcter més local sobre «la situació

i les perspectives de les matemàtiques a Catalunya». Aquest serà l'objecte de l'altra taula rodona.

No vull finalitzar sense agrair a tots els ponents i els moderadors de les taules rodones que hagin acceptat la invitació a participar-hi; al personal del Parlament per la seva tasca amb relació a aquest acte, i a tots vostès per la seva presència i per la seva participació.

Moltes gràcies.

Les matemàtiques a Catalunya: situació actual i perspectives

Presentació de la taula rodona

Dra. Marta Sanz i Solé

En intentar fer una anàlisi de la situació actual de les matemàtiques a Catalunya i les seves perspectives, hem fixat tres punts d'observació: l'educació secundària, la universitat i les empreses. Som conscients que aquesta tria no cobreix totalment els àmbits d'exercici d'activitats relacionades amb les matemàtiques, però és, si més no, representativa. El primer escenari proporciona un punt de partida amb objectius molt diversos, però, en tot cas, hauria de contemplar la formació d'un ciutadà del segle XXI i desterrar l'analfabetisme científic. En el segon escenari, la universitat, és on es desenvolupen els processos de creació i transmissió del coneixement especialitzat, una transmissió dins la mateixa institució i a l'exterior. Finalment, les empreses són els centres susceptibles d'obtenir els beneficis dels coneixements matemàtics i d'acollir professionals matemàtics no acadèmics.

També hem volgut introduir en la discussió l'activitat comuna a tota ciència, la recerca; en aquest cas, la recerca en matemàtiques, sense la qual no podríem entendre ni l'activitat de formació, a qualsevol nivell, ni la transferència del coneixement científic al desenvolupament tecnològic i industrial.

Aquest esquema és el que ha motivat els temes de les quatre ponències que configuren aquesta taula rodona, que seran presentades en l'ordre següent:



- *La recerca en matemàtiques*: Dr. Joan Girbau i Badó.
- *Matemàtiques aplicades. Relacions amb l'empresa*: Dr. Enric Fossas i Colet.
- *L'educació matemàtica en l'ensenyament secundari*: Sra. Anna Pol i Masjoan.
- *Les matemàtiques a la universitat*: Dr. Joaquim Bruna i Floris.

Per entendre millor el context en què ens movem, comencem amb algunes xifres. L'any 1999, sobre la base de certs paràmetres de productivitat científica, es va estimar en 50.000 el nombre d'investigadors matemàtics en actiu arreu del món. Amb els mateixos paràmetres, el nombre d'investigadors en biologia se situava en 1 milió. La comunitat d'investigadors matemàtics és, doncs, una comunitat científica molt petita, si es compara amb la d'altres ciències. En conseqüència, té menys visibilitat i més dificultats de fer entendre als científics, en particular, i a la societat, en general, els seus objectius i les seves necessitats específiques. La dificultat de fer-se entendre, o de comunicar-se, no és deguda solament a una qüestió de massa crítica. Les matemàtiques, pel seu caràcter universal i abstracte, són, objectivament, una matèria difícil. Ara bé, són atractives des del punt de vista intel·lectual i útils fins al nivell més concret i prosaic de la vida quotidiana.

A part de tenir pocs militants, les matemàtiques presenten altres aspectes peculiars. Esmentem-ne uns quants:

- És una àrea científica en la qual, tradicionalment, hi ha hagut una estreta relació entre ensenyament i recerca. Aquest no és un tret específic de l'estructura de les nostres institucions. En efecte, a Europa la majoria d'investigadors en matemàtiques són també professors, o bé «entrenadors» per a la millora dels coneixements matemàtics de la mà d'obra qualificada del futur.
- Les matemàtiques han conservat un caràcter molt més unitari, menys atomitzat que altres ciències. La relació entre subàrees és

palpable en progressos recents. La utilització de tècniques multidisciplinàries marca els grans corrents de la recerca. Així, podem entendre la supervivència dels congressos mundials de matemàtiques, organitzats per la Unió Matemàtica Internacional, que, des de l'any 1897, han tingut lloc cada quatre anys, amb l'excepció dels dos buits provocats pel trasbals de les dues guerres mundials.

- Els grups actius en matemàtiques no cal que siguin molt grans. La recerca en temes específics pot tenir una situació dispersa.
- Les matemàtiques representen una inversió per a la innovació tecnològica a llarg termini i, rarament, a curt termini. Això fa que el sector industrial privat, especialment la petita i la mitjana empreses, no se senti atret per la promoció de projectes, en no preveure'n una comercialització propera. Aquest caràcter de benefici a la llarga fa també que els diferents factors d'impacte, tan utilitzats en processos d'avaluació científica, no siguin indicadors fiables de la qualitat en matemàtiques.

Parlar de la situació actual de les matemàtiques comporta, necessàriament, una tasca descriptiva, però també fer balanç i fer una valoració comparativa amb el nostre entorn geogràfic i social. Cal precisar un fet diferencial: les matemàtiques a Catalunya, igual que a la resta d'Espanya, no tenen una tradició arrelada en la història. Això explica, en part, les conclusions de les ponències pel que fa al present, que, com es veurà, varien ostensiblement segons l'àmbit d'observació. La majoria de virtuts i defectes, que es posaran en evidència en algunes de les ponències, apareixen de manera recurrent en les discussions similars que tenen lloc en fòrums de política científica i educativa de molts països de la Unió Europea. Potser aquest és un símptoma de bon nivell d'integració, o potser, simplement, un efecte del mimetisme.

En parlar de perspectives, apareixen els grans reptes. No podem deixar de banda la penetració de les matemàtiques en molts aspec-

tes de la vida diària i el seu paper crucial en la societat de la informació. Caldrà reservar-los un lloc prominent en l'ensenyament, i, de manera molt especial, en l'ensenyament secundari –com s'està fent a la majoria de països avançats. Caldrà ser flexibles i imaginatius a l'hora de discutir canvis i nous enfocaments, si no volem situar-nos en la via lenta del desenvolupament científic. Els matemàtics continuarem fent l'esforç d'aportar a la societat arguments convincents de la utilitat de les matemàtiques, tot buscant la sensibilitat necessària per a la reflexió i l'acció de les instàncies polítiques. Avui, el nostre Parlament ens proporciona una ocasió magnífica per a aquest objectiu.

Presentació dels ponents

El Dr. Joan Girbau i Badó és catedràtic del Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona. Ha centrat la seva investigació en temes relacionats amb la geometria diferencial i, des de fa pocs anys, en temes de la relativitat general. L'any 1998 fou guardonat amb la Medalla Narcís Monturiol al Mèrit Científic i Tecnològic, de la Generalitat de Catalunya.

El Dr. Enric Fossas i Colet és professor titular al Departament de Control Automàtic de la Universitat Politècnica de Catalunya i membre de l'Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials de la mateixa Universitat. S'interessa per la dinàmica no lineal i pels sistemes d'estructura variable.

La Sra. Anna Pol i Masjoan és professora de matemàtiques de l'Institut d'Ensenyament Secundari Jaume Vicens Vives, de Girona. És membre de l'Associació d'Ensenyants de Matemàtiques de les Comarques Gironines (Ademgi), que forma part de la Feemcat. És també vocal de la Junta de la Societat Catalana de Matemàtiques.

El Dr. Joaquim Bruna i Floris és catedràtic d'anàlisi matemàtica de la Universitat Autònoma de Barcelona. Treballa en temes d'anàlisi harmònica i anàlisi complexa. És director del Departament de Matemàtiques de la mateixa Universitat.

La Dra. Marta Sanz i Solé és catedràtica a la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona. Ha centrat la seva recerca en l'anàlisi estocàstica. L'any 1999 fou guardonada amb la Medalla Narcís Monturiol al Mèrit Científic i Tecnològic, de la Generalitat de Catalunya.

La recerca en matemàtiques

Dr. Joan Girbau i Badó

Com tots vosaltres sabeu, el desembre del 1995 l'Institut d'Estudis Catalans inicià l'elaboració d'uns informes sobre l'estat de la recerca a Catalunya en diverses àrees de l'activitat científica, anomenats «reports de la recerca a Catalunya». Jo vaig tenir el privilegi de dirigir el que es va fer per a l'àrea de matemàtiques i que es va concloure i publicar el 1998. La comissió redactora d'aquell report era integrada per Joaquim Bruna, Marta Sanz –tots dos, ponents d'aquesta taula rodona–, Joan de Solà-Morales i jo mateix. Aquell report contenia un estudi de la recerca en matemàtiques a Catalunya durant el període comprès entre els anys 1990 i 1996, i jo ara, amb la perspectiva que em donen els dos anys transcorreguts des que fou publicat, intentaré explicar-ne els trets fonamentals.

Aquell informe presentava, en primer lloc, una fotografia robot de les publicacions dels nostres investigadors en matemàtiques, feta des del punt de vista d'un hipotètic observador estranger que, sense conèixer la nostra realitat, hagués volgut fer un diagnòstic de l'estat de la nostra activitat investigadora únicament i exclusivament a partir dels resultats publicats.

Per a l'aspecte purament quantitatiu d'aquella fotografia robot, vam utilitzar la base de dades de la revista *Mathematical Reviews*, que edita la Societat Matemàtica Americana (AMS) i que recull les recensions de gairebé tots els treballs de matemàtiques que es publiquen a tot el món. Totes les publicacions que van tenir una recensió en

aquella revista durant el període 1990-1996 i que corresponien a autors d'alguna institució catalana van ser 1.429. Totes les recensions de publicacions en aquell període en tot el món van ser 355.916. La producció catalana en matemàtiques representa, doncs, un 0,4% de la producció mundial –tingueu en compte que Catalunya té un 0,11% de la població del món.

A la vista d'aquestes úniques dades, com es pot qualificar la producció catalana des del punt de vista purament quantitatiu? En relació amb els països del nostre entorn, és alta? És acceptable? És pobre? Si considerem el nombre de treballs de matemàtiques publicats per milió d'habitants de població –en els set anys considerats–, Catalunya en té 234,3. El país amb un nombre més elevat és el Canadà, amb 529,3; Suïssa en té 468,9; França, 357,7; els Estats Units, 343,2; Alemanya, 296,1; el Regne Unit, 285,8, i Itàlia, 274,8. Tots aquests països estan per sobre de Catalunya. Per sota hi ha, per exemple, Grècia, amb 219,2; la resta d'Espanya, amb 193,6; el Japó, amb 146,8, i Portugal, amb 100,4.

Però el nombre de treballs publicats només pot servir per a mesurar de manera molt grollera l'activitat investigadora. El que realment compta per a la vàlua de la recerca d'un individu o d'una col·lectivitat no és la quantitat, sinó la qualitat de les publicacions. Un dels paràmetres que determinen la qualitat d'un treball científic és la influència que pot tenir en el desenvolupament posterior de la ciència. Aquesta influència es pot mesurar pel nombre de vegades que el treball ha estat citat per altres autors, una dada que es pot obtenir fàcilment a partir de la revista *Science Citation Index*. Ara bé, els bons treballs de recerca en matemàtiques, a diferència del que esdevé en altres disciplines científiques, poden ser citats durant un període molt llarg de temps. En general, tenen una perdurabilitat molt més elevada que els d'altres branques de la ciència. Per aquesta raó, el recompte de citacions pot no ser un bon indicador de la qualitat d'un treball de matemàtiques publicat en un període recent. L'equip redactor d'aquell report va preferir, doncs, mesurar indirectament

la qualitat dels articles, atenent només el prestigi de la revista on foren publicats. Amb aquesta finalitat, va confeccionar una llista de les millors revistes de caràcter general, atenent criteris objectius –entre les que tenien un índex de perdurabilitat superior als deu anys, les que tenien un índex d'impacte més elevat. Després va afegir a aquella llista unes quantes revistes especialitzades, d'àrees molt concretes, per tal que totes les branques de la matemàtica hi fossin representades. D'aquesta manera, va formar una llista de trenta-cinc revistes «de qualitat», que va utilitzar per comparar la qualitat de les publicacions dels diferents països. Encara que aquest mètode de recompte de treballs publicats en revistes d'una llista establerta *a priori* no pot servir de cap manera per a mesurar la qualitat del treball de cada investigador en particular, sí que pot donar una idea bastant exacta de la qualitat de la recerca d'una col·lectivitat gran. Per posar un exemple que tothom entendre: l'Ibex 35 pot ser un bon indicador per a mesurar les pujades i les baixades de la borsa, però no pot servir de cap manera per a mesurar els guanys o les pèrdues d'un inversor concret; una persona determinada pot haver invertit molts diners en borsa sense tenir a la seva cartera cap acció inclosa a l'Ibex 35, per tant, pot guanyar diners malgrat que aquest índex baixi.

Tornant a la recerca en matemàtiques, el recompte de treballs publicats en les trenta-cinc revistes de la llista esmentada abans durant el període 1990-1996 amb autor d'alguna institució catalana va donar 117. Recordeu que el nombre total de treballs publicats a Catalunya en el mateix període era de 1.429. O sigui que el nombre de treballs de les revistes seleccionades representava poc més del 8% del total, per la qual cosa els treballs de les revistes seleccionades poden qualificar-se d'articles d'excel·lència. El nombre de 117 treballs en comparació amb la totalitat de la població representa 19,2 articles per milió d'habitants. L'equip redactor del report va fer aquest mateix recompte per a un gran nombre de països per tal de poder comparar la qualitat de la recerca matemàtica que s'hi feia. El Canadà va quedar en primer lloc, amb 38,8 articles d'excel·lència per milió

d'habitants, i els Estats Units en segon lloc, amb 35,6. Recordeu que, atenent només la quantitat, el Canadà quedava també en primer lloc, però els Estats Units quedava bastant més per sota, darrere de Suïssa i de França. En canvi, aquí els Estats Units queden en segon lloc, molt a prop del Canadà, i Suïssa ara queda en tercer lloc, amb 32,0. Per davant de Catalunya, a part dels països ja esmentats, queden molts altres països com Dinamarca, Holanda, Bèlgica, el Regne Unit, Noruega, Suècia, Alemanya i Àustria. Però les diferències entre aquests països i Catalunya són ara gairebé menyspreables. Per exemple, el Regne Unit i Noruega tenen 20,9 articles d'excel·lència per milió d'habitants; Suècia i Alemanya, 20,8, i Àustria, 20,5. Catalunya, doncs, amb 19,2, està gairebé al mateix nivell que aquests països tradicionalment considerats capdavaners. La diferència amb la resta d'Espanya ara s'accentua bastant: 11,2 articles per milió d'habitants, enfront dels 19,2 de Catalunya. Per darrere de Catalunya trobem països com Itàlia o Rússia, d'una gran tradició matemàtica. Sorprenentment, el Japó queda també molt mal parat en aquesta classificació, amb 6,5 articles per milió d'habitants.

La conclusió principal d'aquestes dades és que la recerca matemàtica a Catalunya es desenvolupa si fa no fa d'una manera semblant a la dels països europeus avançats. Els matemàtics catalans no publiquen excessivament, en nombre de publicacions estem per sota de bastants països del nostre entorn, però si mirem les publicacions d'excel·lència estem en un nivell similar al d'Alemanya, el Regne Unit o Suècia. Aquesta conclusió resulta molt sorprenent, si es té en compte que fa trenta anys la recerca en matemàtiques a Catalunya –amb alguna excepció aïllada– era pràcticament nul·la.

Encara que els indicadors quantitatius que hem utilitzat assenyalin que la recerca matemàtica a casa nostra té bona salut en general, la manca de tradició matemàtica del nostre país es nota en molts aspectes. Per exemple, tenim pocs matemàtics catalans en els comitès editorials de revistes de prestigi. També hi ha una presència molt baixa de matemàtics catalans en els òrgans internacionals de dis-

seny de política científica. Hi ha pocs invitats catalans a parlar en congressos internacionals. Finalment, hi ha molt pocs líders matemàtics catalans que siguin veritablement coneguts i acceptats com a líders en l'àmbit internacional. Passar de la situació actual –bon nivell de publicacions en revistes d'excel·lència– a una situació qualitativament superior –liderat mundial en algunes parcel·les– no és gens fàcil, però està al nostre abast. Encara que, si no anem amb compte, també podria passar que en el futur ens allunyéssim d'aquests països capdavaners.

El mateix report esmentava la infraestructura que ofereix als investigadors el Centre de Recerca Matemàtica, de l'Institut d'Estudis Catalans, com un complement molt valuós per al desenvolupament de la recerca en matemàtiques a Catalunya. Aquest centre facilita el contacte dels investigadors locals amb els de fora. També esmentava la tasca de la Societat Catalana de Matemàtiques com a element cohesionador dels diferents membres de la comunitat matemàtica.

Diguem ara dues paraules sobre el finançament de la recerca en matemàtiques. L'import destinat a aquest fi és molt modest en comparació amb altres àrees. S'han esmerçat molt pocs diners en les matemàtiques en conjunt, i, d'això, ens en ressentirem en el futur. Hi ha hagut poques beques per a formar joves investigadors, i les que hi ha hagut han estat poc atractives pel seu baix import econòmic. Els barems d'elecció de becaris gairebé sempre han perjudicat els candidats matemàtics. No hi ha hagut una política sistemàtica de creació d'infraestructures per a facilitar la feina dels investigadors. Aquí hauríem de referir-nos a la manca de personal, de suport administratiu i de suport informàtic.

Dit això, passem a analitzar les subvencions directes de caràcter públic que reben els grups de recerca en matemàtiques del nostre país. Aquestes subvencions procedeixen de tres fonts diferents: del Ministeri d'Ensenyament i Cultura, de la Generalitat de Catalunya i

de la Unió Europea. Aquestes subvencions són utilitzades pels grups receptors per a despeses de viatges i assistència a congressos i reunions, invitació de professors estrangers i adquisició de material bibliogràfic o informàtic, però mai –llevat d’algunes ajudes europees– per a remuneració de personal. El finançament que prové del Ministeri d’Ensenyament i Cultura arriba als grups de recerca en matemàtiques majoritàriament per mitjà de projectes amb càrrec al Programa sectorial de promoció del coneixement, de la Direcció General d’Investigació Científica i Tècnica (Dgicyt), de l’Estat, i ha representat un total de 201 milions en el període 1990-1996. El finançament que prové de la Generalitat de Catalunya, concretat en projectes subvencionats per la Comissió Interdepartamental de Recerca i Innovació Tecnològica (CIRIT), ha significat 35 milions en el període 1990-1996. Els projectes subvencionats per la Unió Europea han significat 130 milions en l’esmentat període. Com es pot veure, la participació d’aquestes tres entitats en el finançament públic directe –no l’indirecte– que reben els grups de recerca és la següent: Ministeri d’Ensenyament i Cultura, un 54,9%; Unió Europea, un 35,5%, i Generalitat de Catalunya, un 9,6%. Si comparem l’aportació directa de la Generalitat de Catalunya als grups de recerca en matemàtiques amb la d’altres comunitats autònomes, podem veure, per exemple, que en el període 1990-1996 Catalunya ha dedicat a aquest concepte, en pessetes per habitant, la meitat de recursos que el País Basc.

Una de les infraestructures bàsiques per a la recerca matemàtica són les biblioteques. Les despeses en adquisició de fons bibliogràfics de matemàtiques de les tres principals biblioteques de Catalunya en aquest camp han estat de 198,3 milions en el període 1990-1996, dels quals només 31,3 milions, és a dir, un 15,8%, provenen de convocatòries d’infraestructures de la CIRIT o de la Dgicyt. La resta, és a dir, la majoria, han estat aportats per les mateixes universitats. En períodes de penúria econòmica les universitats tendeixen a reduir les seves aportacions a les biblioteques, i això posa en perill la continuïtat de les subscripcions a algunes revistes. El report de la recerca esmentat recomanava una coordi-

nació en l’àmbit de tot Catalunya en aquest sentit. Després de dos anys de la publicació i la presentació pública d’aquell informe, constato que les recomanacions que el report feia no han estat preses gaire seriosament pels organismes competents. El report assenyalava, per exemple, una manca d’investigadors en algunes àrees molt específiques, però fonamentals dins la matemàtica. Aquesta mancança ha estat corroborada per anàlisis d’altres organismes –per exemple, el comitè d’avaluadors externs de la llicenciatura de matemàtiques de la Universitat Autònoma–, però de moment no sembla tampoc que s’hagi fet res per resoldre-la.

Per a acabar aquest resum del report de la recerca, en transcriuré breument un paràgraf per posar de manifest que hi ha un canvi de mentalitat dels investigadors en matemàtiques en els països capdavaners:

«Fa uns anys, encara que algunes eines matemàtiques s’apliquessin directament a l’enginyeria i al desenvolupament tecnològic, bàsicament els progressos en matemàtiques s’aplicaven a altres ciències –a la física, sobretot– i eren els avenços en aquestes altres ciències els que després permetien canvis tecnològics significatius. Però actualment la situació ha canviat: la matemàtica interacciona amb l’enginyeria, el disseny industrial o l’administració d’empreses de manera més directa i immediata. Aquesta situació nova, en què la matemàtica està més present que mai en el desenvolupament tecnològic, ha influït en la sensibilitat dels investigadors en matemàtiques dels països més avançats, molts dels quals han canviat substancialment les seves prioritats i els seus temes d’investigació. Creiem que aquesta sensibilitat no ha arribat encara de manera prou clara a la majoria dels investigadors de casa nostra. Qualsevol iniciativa per a apropar la recerca matemàtica teòrica a l’enginyeria o l’economia –i ja n’hi ha hagut algunes en el passat més recent– hauria de ser fortament incentivada, malgrat que no es tradueixi de manera immediata en producció d’articles de recerca.»

Matemàtiques aplicades. Relacions amb l'empresa

Dr. Enric Fossas i Colet

«Els negocis, la indústria i les agències governamentals proporcionen un domini fèrtil d'aplicació de matemàtiques d'alt nivell. A més a més, contracten un col·lectiu significatiu de matemàtics i científics altament qualificats.»

Així comença el resum del «The SIAM Report on Mathematics in Industry», elaborat entre el 1995 i el 1998 per la Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), amb seu als Estats Units i d'abast mundial. El report fou elaborat per un comitè de setanta matemàtics que treballen a la indústria, a les agències governamentals i a les universitats; es basa en les opinions de matemàtics, científics, enginyers i els seus caps, que s'obtingueren per mitjà d'enquestes telefòniques als científics, seguides d'enquestes als caps i de visites a empreses i laboratoris federals, dutes a terme per membres del comitè, amb una certa profunditat.

Els objectius del treball tenien en compte tant les matemàtiques com a disciplina com els matemàtics com a practicants de la disciplina, i pretenien:

- 1) Examinar els rols dels matemàtics fora de les facultats i dels centres d'ensenyament.
- 2) Caracteritzar-ne els entorns de treball.
- 3) Presentar les opinions dels matemàtics no acadèmics i dels seus caps respecte a:

- les habilitats necessàries per a tenir èxit en les ocupacions
 - la preparació rebuda a les facultats.
- 4) Suggestir estratègies per millorar la formació dels matemàtics, i incrementar-ne les oportunitats i l'interès pel món no acadèmic.

Els primers resultats de l'estudi posen de manifest la variació i l'amplitud de les aplicacions de les matemàtiques a la indústria i a les agències governamentals. Diverses anècdotes testimonien el valor afegit de les matemàtiques en la resolució de problemes importants de la vida real en diferents àmbits, com són: el processament de materials, el disseny d'automòbils, la diagnòsi mèdica, el desenvolupament de productes financers, la gestió de xarxes i la predicció del temps. Els matemàtics que treballen en el món no acadèmic no necessàriament són etiquetats com a matemàtics; el resultat del seu treball representa una barreja indissoluble de diferents disciplines. Tal com s'explica en una de les anècdotes: «les matemàtiques estan ben vives i tenen bona salut, però viuen sota diferents noms».

Entre els trets destacats dels matemàtics no acadèmics, es poden assenyalar:

- 1) L'habilitat per a formular, modelar i resoldre problemes en contextos diferents i canviants.
- 2) L'interès i el coneixement ràpid i àgil en les aplicacions.
- 3) El domini i l'expertesa en la computació.
- 4) La capacitat de treballar en equip.

En opinió dels seus caps, les qualitats que distingeixen aquests matemàtics d'altres científics i enginyers es classifiquen en dues categories:

- 1) Habilitats d'abstracció altament desenvolupades, anàlisi d'estructures subjacents i pensament lògic.
- 2) Experiència en les millors eines per a formular i resoldre problemes.

Aquestes característiques són pròpies del currículum d'un matemàtic o matemàtica. Els matemàtics entrevistats en el projecte manifestaren haver rebut una formació acadèmica apropiada per a ocupacions no acadèmiques: el pensament analític, els desenvolupaments complexos, la conceptualització, el desenvolupament de models i la formulació i la resolució de problemes. Tanmateix, es trobaven poc preparats per a abordar problemes d'altres disciplines, per a utilitzar efectivament l'ordinador, per a comunicar-se a diferents nivells i per a treballar en equip.

L'informe adverteix, encara, que l'interès recent pel treball dels matemàtics fora de la universitat o l'ensenyament pot ser degut a la crisi en llocs de treball a les mateixes facultats, i a la necessitat de bastir els projectes de recerca de continguts aplicats i que, en un altre horitzó econòmic, cadascú pot tornar a posicions prèvies; tanmateix, emfatitza que les matemàtiques i els matemàtics haurien de canviar en el sentit de les propostes que es fan. Val la pena d'assenyalar el concepte ampli de matemàtiques que deriva de l'informe de la SIAM. Algunes de les disciplines que s'hi consideren serien qualificades entre nosaltres d'àrees de coneixement diferents de les matemàtiques; així, per exemple, llenguatges i sistemes informàtics, teoria del senyal i comunicacions, automàtica i teoria de sistemes, econometria. A tall d'exemple, es relacionen a continuació algunes àrees de les matemàtiques amb les corresponents aplicacions detectades en les visites que es dugueren a terme per a preparar el report –no hi ha cap pretensió d'exhaustivitat.

<i>Matemàtiques</i>	<i>Aplicació</i>
Àlgebra i teoria de nombres	Criptografia
Dinàmica de fluids	Indústria aeronàutica i de l'automòbil
Equacions diferencials	Aerodinàmica, medis porosos, finances
Matemàtica discreta	Comunicacions i seguretat en la informació
Sistemes formals i lògica	Seguretat computacional i verificació
Geometria	Enginyeria i disseny assistits per ordinador
Control no lineal	Anàlisi i disseny en sistemes mecànics i elèctrics
Anàlisi numèrica	En totes les aplicacions
Optimització	Disseny i planificació d'actius i sistemes de producció
Algorismes paral·lels	Modelització i predicció del temps, simulació de terratrèmols
Estadística	Disseny d'experiments, tractament de grans volums de dades
Processos estocàstics	Anàlisi del senyal

Entre altres conclusions que es poden treure d'aquest informe, m'interessa assenyalar la necessitat del treball en equip. En un context completament diferent, el professor Christian Mira, a «Some historical aspects of nonlinear dynamics. Possible trends for the future»¹, lloa els avantatges del treball conjunt entre matemàtics, físics i tècnics en presentar l'escola d'Andronov, a l'antiga Unió Soviètica, com a exemple únic d'una organització eficient amb

1. *The Journal of the Franklin Institute*, vol. 334B, núm. 5-6, p. 1075-1113, 1997.

objectius de recerca combinats, que va reeixir simultàniament en els camps de la teoria i de la pràctica. Aquestes opinions no són compartides per tots els matemàtics; hi ha qui pensa que incloure enginyers en projectes industrials comporta, a mitjà termini, que el matemàtic en resulti exclòs. Una altra consideració a tenir en compte és que el valor del treballador, en aquest cas el matemàtic en el món no acadèmic, depèn de la seva contribució als objectius de l'empresa. La recerca hi té cabuda en la mesura que permet millorar els resultats de la companyia.

L'espai natural on els matemàtics catalans podem oferir els nostres coneixements, ja sigui des de la universitat, fent transferència de tecnologia, ja sigui en el món del treball, és tot Europa; les indústries o les agències governamentals que s'hi troben són del tot comparables amb les dels Estats Units, per tant, l'estudi abans comentat hi és perfectament aplicable. Dit això, cal reconèixer que tant la indústria com les agències governamentals tracten, primer de tot, amb l'entorn més proper; que a Catalunya consisteix en una xarxa àmplia de petites i mitjanes empreses del sector químic, farmacèutic, tèxtil, mecànic, elèctric, electrònic, etcètera; algunes amb departaments de recerca i desenvolupament, en general predisposades a millorar-ne la competitivitat per mitjà de convenis amb la universitat. És obvi que un Institut de Matemàtica Industrial podria facilitar aquesta cooperació, la qual redundaria en millores en la competitivitat, però també és cert que la iniciativa privada difícilment el crearà.

L'abast mundial i la vitalitat de societats com la Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) i el Committee for International Conferences on Industrial and Applied Mathematics (CICIAM) posen de manifest l'interès i l'actualitat de la qüestió, que a Europa compta amb societats pròpies i específiques com són The European Community on Computational Methods in Applied Sciences (Eccomas) i The European Consortium for Mathematics in Industry (ECMI). Per a posar de nou sobre la taula l'objectiu de la matemàti-

ca industrial, escau el comentari de Gilbert Strang, president de SIAM, en un article titulat «Applied Mathematics in Europe»: «Eccomas i ECMI estan més interessades en la tecnologia que en la ciència; CICIAM té cura d'organitzar un congrés internacional cada quatre anys; el més recent, el 1999, a Edimburg.» Els objectius d'ECMI són:

- 1) Promoure l'ús de models matemàtics a la indústria.
- 2) Generar un currículum de matemàtic industrial per tal de cobrir la creixent demanda d'experts en aquesta qüestió.
- 3) Operar a escala europea.

A més a més d'aquestes societats, s'han creat arreu del món occidental instituts de matemàtiques i les seves aplicacions o instituts de matemàtica industrial. Cal destacar el de la Universitat de Minnesota, a Minneapolis, que també és integrat pel CNRS i el seu homòleg italià.

La preocupació institucional a Catalunya per les relacions entre les matemàtiques i l'empresa és un fet incipient. Els darrers anys s'han organitzat algunes conferències sobre la qüestió, s'han posat en marxa cursos de postgrau en l'àmbit de l'economia i les finances, i des de les facultats o els departaments de matemàtiques s'ha començat a incidir en la qüestió, ja sigui vetllant per una orientació laboral no acadèmica dels futurs titulats, ja sigui repensant la mateixa unitat també com una consultoria.

No és un fet nou que alguns matemàtics busquin i trobin feina en el món no acadèmic. En totes les promocions es recorda aquell company que va anar a fer de matemàtic a la indústria o a la banca, o aquell grup que va acabar treballant en el sector informàtic perquè tenia una sòlida formació en aquest camp, o algun estadístic que fou contractat per un institut governamental. També cal considerar els matemàtics que estan treballant en àrees de coneixement veïnes i que, majoritàriament, tenen bones relacions amb el sector indus-

trial. La diferència entre aquestes situacions particulars i la situació actual rau en l'interès de les institucions a ampliar les relacions laborals o de cooperació tecnològica amb el món no acadèmic.

En la meua opinió estem com quan, emmirallant-nos en l'exterior, es clamava per la necessitat de fer i publicar en recerca; l'eslògan «publish or perish» ara es pot reescriure com «fem recerca i col·laborem a millorar l'entorn industrial». Podrem sentir-nos satisfets si els propers deu anys s'aconsegueix un increment de relacions que representi un 25% del que s'ha aconseguit en recerca. A mitjà termini no hauria de sorprendre ningú que un jove titulat en matemàtiques aspirés a ser director general d'una gran companyia d'àmbit europeu o mundial.

No he d'acabar sense insistir en la creació d'un Institut de Matemàtica Industrial, que doni cabuda a grups interdisciplinaris de matemàtics, científics i tècnics, que tingui com a objectius indissociables la recerca i la transferència de tecnologia, que tingui finançament públic i privat, que consideri Europa com l'àmbit natural de treball i que no sigui monopoli de cap de les universitats.

L'educació matemàtica en l'ensenyament secundari

Sra. Anna Pol i Masjoan

L'educació durant l'etapa de l'ensenyament secundari ha sofert una gran transformació. Afortunadament, l'ensenyament en aquesta etapa s'ha universalitzat i tots els nois i noies estan escolaritzats fins als setze anys. Això significa un repte, perquè és l'oportunitat d'arribar a sectors d'alumnat que fa uns anys o bé no estaven escolaritzats o bé estaven en estudis més professionalitzadors, i perquè hem d'intentar donar resposta a les necessitats dels alumnes a partir de les seves aptituds i els seus interessos.

La democratització de l'ensenyament comporta diversitat, concepte que va molt més enllà de més o menys capacitat intel·lectual. Aquesta diversitat vol dir actituds clarament diferenciades davant el procés educatiu, que en bona part responen a la valoració prèvia que l'alumnat i les seves famílies en fan, i també vol dir que els alumnes i les alumnes de secundària seguiran camins molt diferents un cop hagin acabat l'escolarització obligatòria. Uns continuaran estudiant alguna de les modalitats de batxillerat; d'altres, cicles formatius de grau mitjà, i d'altres s'incorporaran al món del treball.

L'educació en aquesta etapa ha de ser sensible a aquest ventall ampli de possibilitats.

L'escola ha de tenir una voluntat clarament integradora, que asseguri la igualtat d'oportunitats, i, al mateix temps, ha de donar res-

posta a la diversitat, si hom vol que la motivació i l'èxit estiguin a l'abast de tots els alumnes. Amb aquesta intenció, el nou sistema educatiu preveia que una part del currículum fos comuna per a tot l'alumnat, al voltant del 70%, mentre que el 30% restant fos variable, per a adequar-se a diferents necessitats o interessos.

I és en aquest marc que crec que hem de situar l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques.

El paper de les matemàtiques en l'educació integral dels alumnes és àmpliament reconegut. L'aprenentatge de les matemàtiques proporciona, d'una banda, coneixements útils per a entendre el món i, de l'altra, també desvetlla capacitats de raonament. Així, l'aprenentatge de les matemàtiques té un aspecte informatiu i un altre de formatiu, tots dos fonamentals per als alumnes.

En l'etapa de l'ensenyament secundari s'han de treballar continguts matemàtics que siguin útils per a la majoria dels alumnes, tant per als que deixaran els estudis com per als que continuaran estudiant, i aquests continguts s'han de treballar de manera que els ajudin a desenvolupar les seves capacitats.

Hem de convèncer els alumnes que necessiten coneixements matemàtics per a interpretar correctament el món que els envolta. Molta de la informació que rebem té suport numèric, ens parlen de proporcions, de mitjanes, de números índex, etcètera, i també rebem informació amb gràfiques que s'han de saber interpretar. Molts ciutadans gasten molts diners en jocs que depenen de l'atzar; potser uns coneixements mínims de probabilitat ajudarien a evitar comportaments ludòpates. Estem envoltats de formes geomètriques; és probable que en alguna ocasió hàgim d'estimar longituds, àrees o volums. Aquesta evidència de les matemàtiques que ens envolten fa relativament senzill definir quins han de ser els continguts que es treballin en l'etapa obligatòria, uns continguts que crec que estan àmpliament consensuats.

Ara bé, presentar aquests continguts de manera tancada, proposar exercicis, no ajuda a desenvolupar capacitats, ni tan sols ajuda a ser conscients de la utilitat que poden tenir els coneixements matemàtics.

Com hem de presentar aquests continguts? Quin tipus d'activitats hem de plantejar als alumnes?

L'activitat matemàtica té a veure amb la capacitat de formular-se preguntes i amb la voluntat de buscar respostes. És en aquest procés que els alumnes poden posar en joc els coneixements que tenen, i el professor o la professora han d'aprofitar el context adequat per introduir-ne de nous.

Els alumnes, quan fan matemàtiques, han de ser capaços de fer proves, de discutir amb els companys, de relacionar el que estan fent amb algun problema que han resolt en una altra ocasió, de fer conjectures, de comprovar-les. El professorat hem d'estar atents al seu procés de raonament i reconduir-lo quan ho creguem convenient, però no ens hem de precipitar. No ens ha de fer por que els alumnes s'equivoquin, el que ens ha de preocupar és saber reconduir l'equivocació cap a l'aprenentatge. L'aprenentatge de les matemàtiques ha de significar un repte que qualsevol alumne pugui afrontar amb confiança.

Ara bé, com que els alumnes són diversos, les activitats que els proposem també han de ser diverses o, millor encara, flexibles a diferents nivells de seguiment. Tan difícil és que un alumne s'engresqui amb una feina que no li comporta cap problema com que s'engresqui amb una feina en què no entén gairebé res.

Així, hem de procurar proposar activitats que permetin que alguns alumnes puguin arribar a generalitzacions, encara que d'altres només es quedaran en els casos concrets, o activitats que n'estimulin la capacitat d'abstracció, la capacitat d'establir analogies, de fer

raonaments inductius, encara que sapiguem que molts alumnes no arribaran a aquest nivell.

Així, per exemple, quan amb alumnes de primer d'educació secundària obligatòria (ESO), de dotze anys, treballem les magnituds i les mesures, no és el mateix preguntar: «Quant val l'àrea d'un rectangle els costats del qual fan 4 metres i 5 metres?», que proposar-los el següent:

«D'una habitació en forma de rectangle, en saps el perímetre, que val 18 metres. Pots dir quant val l'àrea? Per què? Si hi veus moltes possibilitats, fes alguns dibuixos i dona alguns exemples. Arribes a cap conclusió? Creus que l'àrea pot ser qualsevol valor?»

I encara podríem afegir-hi: «Amb un full de paper dels que utilitzes per escriure, podries fer una sanefa que donés la volta a la classe?»

No fa cap mal preguntar quant val l'àrea d'un rectangle els costats del qual fan 4 metres i 5 metres, però, en tot cas, això no és un problema, i donar el resultat no aporta cap coneixement que no es tingués anteriorment. En canvi, l'altre tipus de treball és una petita recerca en la relació àrea-perímetre d'un rectangle. Estic convençuda, des de la meua experiència de molts anys a l'aula treballant amb alumnes de procedència molt diversa, que aquest tipus d'activitat es pot proposar a tothom i que aporta aprenentatge a qualsevol tipus d'alumne que hi vulgui participar, però no sempre aconseguim que siguin tots, i això sovint és independent de les seves capacitats. D'altra banda, és evident que no arribarem al mateix nivell de treball amb tots els alumnes.

El treball matemàtic que proposem als nostres alumnes ha de ser obert a diferents tipus de raonament, obert a la formulació de preguntes, i hem d'intentar que provoqui la discussió i la verbalització d'idees. Els hem d'animar al tempteig, a les estimacions, perquè també compta, i molt, ser intuïtiu. Avui disposem de calculadores i

ordinadors que obren noves possibilitats de càlcul i de visualització, i hem d'incorporar-los a noves maneres de treballar les matemàtiques. No ens podem quedar amb la matemàtica com a paradigma del raonament deductiu.

M'agradaria haver transmès la idea que l'activitat matemàtica plantejada com a activitat conjunta és profitosa per a tots els alumnes, perquè aporta coneixements, desperta actituds de col·laboració i ajuda a desenvolupar capacitats de raonament, capacitats que tenen a veure amb la possibilitat d'interpretar de manera crítica la informació o amb la possibilitat d'enfrontar-se a situacions problemàtiques i intentar trobar-hi la solució adequada.

La societat necessita ciutadans i ciutadanes capaços d'interpretar, produir i comunicar informació, i les matemàtiques, juntament amb les llengües, juguen un paper fonamental en el desenvolupament d'aquestes capacitats.

Ara bé, aquest paper de les matemàtiques, com queda reflectit en el nou sistema educatiu?

En aquests moments, als nostres centres, encara estem immersos en les reflexions i la problemàtica que ha provocat el canvi de sistema educatiu. Els professors hem hagut de fer un gran esforç d'adaptació. En particular, els ensenyants de matemàtiques som un col·lectiu força organitzat i, en general, preocupat per la didàctica i força innovador. Així, molts formem part d'associacions d'àmbit comarcal que estan federades a nivell de Catalunya, a la Feemcat, i també, o alternativament, molts professors són socis de la SCM. Aquesta organització ens permet compartir idees i projectes en jornades o congressos, i també per mitjà de col·laboracions en revistes o butlletins.

Com a col·lectiu, hem participat activament en el procés de reforma de l'ensenyament, i ens hem replantejat, essencialment, com s'han d'ensenyar les matemàtiques davant aquesta nova realitat. Crec

que s'han aconseguit resultats. La idea de «fer matemàtiques» amb els alumnes, de fer que siguin conscients de les idees matemàtiques que constantment s'utilitzen en la vida de cada dia, ha entrat a les aules.

Ara bé, no voldria donar una visió massa optimista de la situació. Des de l'inici de l'aplicació de la reforma hi han anat havent canvis, i potser és el moment d'analitzar la repercussió que poden tenir. Caldria comentar breument l'organització de l'ensenyament a l'àrea de les matemàtiques.

Els continguts de matemàtiques per a tots els alumnes, el que anomenem el «currículum comú», està estructurat en vuit crèdits, que signifiquen una mitjana de dues hores setmanals de classe. A aquest currículum comú, s'ha d'afegir un currículum variable, que ha de permetre fer un tractament adequat de la diversitat, reforçant, consolidant o ampliant coneixements ja treballats o bé introduint-ne de nous, que ajudin a definir itineraris educatius ajustats als interessos dels alumnes, segons si han d'estudiar alguna modalitat de batxillerat, si han d'anar a cicles formatius de grau mitjà o si s'han d'incorporar al món del treball. Estava previst que un 50% d'aquests crèdits variables fossin de l'àmbit científicotecnològic, i també era prescriptiu que durant el segon cicle tots els alumnes fessin un crèdit variable de l'àrea de matemàtiques.

Els ensenyants ja hem detectat la dificultat de poder treballar els continguts del currículum comú en només dues hores setmanals, i en molts centres es dediquen hores de possible variabilitat a aconseguir que tots els alumnes facin, com a mínim, tres hores de matemàtiques lligades al currículum comú.

En aquests moments, la situació ha canviat. De cara al curs vinent tots els alumnes de l'ESO faran tres hores setmanals de matemàtiques a primer, dues hores a segon i tres hores a tercer i quart, però això inclou el currículum comú i el variable.

S'ha reestructurat el percentatge de crèdits variables en les diferents àrees, i l'àrea de matemàtiques ha sofert una reducció forta. No cal dir que els ensenyants de matemàtiques estem molt preocupats per aquest fet. Estem desanimats perquè constatem la impossibilitat de fer la feina ben feta. Vull acabar posant sobre la taula aquesta preocupació perquè estic convençuda que l'educació, no només preocupa els ensenyants de matemàtiques, sinó que també és una preocupació compartida per la societat.

Les matemàtiques a la universitat

Dr. Joaquim Bruna i Floris

A la universitat, l'activitat en matemàtiques es desenvolupa en tres aspectes: en la docència a les llicenciatures i el tercer cicle, en la recerca i en els serveis o la transferència de tecnologia.

1.

A Catalunya hi ha tres llicenciatures de matemàtiques: la de la Universitat de Barcelona, de tradició més llarga, la de la Universitat Autònoma de Barcelona, començada a primers dels setanta, i la de la Universitat Politècnica de Catalunya, que va arrencar fa uns sis o set anys. Crec que és convenient reflexionar sobre quins són els objectius d'una llicenciatura de matemàtiques, i per a això escau citar alguns extractes de la declaració del Congrés dels Diputats del 9 de febrer de 1999: «Per la seva universalitat, les matemàtiques s'apliquen en les altres ciències, de la naturalesa i socials, en les enginyeries, en les noves tecnologies [...], de manera que resulten fonamentals en el desenvolupament i el progrés dels pobles. Constitueixen una eina bàsica perquè la majoria de les persones puguin comprendre la societat de la informació en què viuen.» I segueix: «Les matemàtiques són una de les màximes expressions de la intel·ligència humana i un magnífic exemple de la bellesa de les creacions intel·lectuals. Constitueixen un eix central de la història de la cultura i de les idees [...] Les matemàtiques són una disciplina científica essencial per a la formació de l'esperit dels joves; han tingut i han de continuar tenint un paper destacat en els sistemes educatius.»

Al meu entendre, en la declaració anterior es reflecteixen clarament dos vessants de l'activitat matemàtica, que no són pas contraposats, però convé destacar-los. El primer és el que l'Enric Fossas ha descrit en la seva ponència, i que continuaré anomenant «la matemàtica no acadèmica». El segon té en compte els aspectes acadèmics de l'activitat matemàtica: la transmissió i el desenvolupament del coneixement matemàtic, que, independentment de la funció social, cal fer en tot moment, i que al llarg del procés d'aprenentatge fa possible l'adquisició d'hàbits de raonament lògic, d'anàlisi, de síntesi, de penetrar en el que és essencial dels problemes, etcètera.

Tal com l'Enric Fossas ha apuntat, les matemàtiques no acadèmiques, en el món empresarial i industrial, comencen a ser un tema de preocupació institucional. La meua petita experiència em fa afirmar que, sense cap mena de dubte, les perspectives són grans i engrescadores per als matemàtics, en un terreny on en aquest moment tenen més presència els enginyers. En definitiva, crec que s'està conformant un nou perfil de l'ofici o la professió de matemàtic o matemàtica: d'un perfil de professional vinculat gairebé exclusivament al món acadèmic per mitjà de la docència i la recerca, estem passant al d'un professional que també és, i ho serà cada cop més, apreciat en contextos no acadèmics.

És un fet prou evident que la tradició en els plans d'estudis de les llicenciatures de matemàtiques a l'Estat espanyol està més aviat d'acord amb el vessant acadèmic del matemàtic. La majoria de llicenciatures originades abans dels vuitanta tenen aquest patró, en correspondència amb la realitat d'aquell moment. La pràctica majoria han fet, però, o han començat les reformes necessàries en els plans d'estudis per a adaptar-se a aquest nou i creixent escenari, ja sigui introduint pràctiques en empreses en el currículum o bé organitzant activitats de tercer cicle que constitueixen ponts amb àmbits professionals específics –matemàtiques financeres, tractament d'imatges o de la informació, etcètera. Aquesta és una realitat que es va fer palesa en una reunió recent de responsables docents d'àmbit

de tot l'Estat. Evidentment, les de creació més recent o vinculades a universitats politècniques parteixen d'un punt de sortida privilegiat, per l'absència d'inèrcies i una tradició més gran en la interacció amb el món empresarial i industrial.

Voldria insistir en alguns aspectes concrets de la problemàtica de les llicenciatures. En primer lloc, la transició entre l'ensenyament secundari i la universitat és més abrupta que mai, i tot sembla indicar que aquest gradient creixerà. Jo no estic tan segur que això sigui atribuïble exclusivament a la implantació de la Llei orgànica d'ordenació general del sistema educatiu (LOGSE); crec que hi ha altres components sociològics, a part del fet que afecta totes les titulacions científiques. En tot cas, i pel que fa a les matemàtiques, crec que aquest és un altre motiu per a plantejar alguns retocs en els plans d'estudis, sempre en la direcció d'adaptar-se al nivell dels alumnes del nou batxillerat, cosa que s'està fent ja en alguns centres.

En segon lloc –i això novament no és exclusiu de la matemàtica–, hi ha una reglamentació massa rígida sobre plans d'estudis, en detriment d'una autèntica autonomia universitària. M'estic referint a les troncalitats i les diverses limitacions, però, sobretot, a l'adscripció d'assignatures a àrees de coneixement. Sovint això implica que el debat, que hauria de ser estrictament docent, es reconduïx en un altre terreny, i, en molts casos, els plans d'estudi són el resultat de pactes de poder entre àrees de coneixement. Jo veig les àrees de coneixement com estructures caduques, oposades a la dinàmica actual de les matemàtiques, que és unificadora. Tornant als plans d'estudis, l'anomenat Esquema de Bolonya –proposta de marc universitari d'àmbit europeu– conté, en canvi, propostes, al meu parer, molt encertades.

En tercer lloc, cal fer la constatació que els estudis de matemàtiques són, per dir-ho així, de la banda alta, pel que a fa a dificultat. Són tan o més difícils que qualsevol enginyeria, però, en canvi, aquesta dificultat no es correspon amb les possibilitats d'inserció laboral ni,

encara menys, amb el nivell remuneratiu potencial dels llicenciats. És clar que un motiu és que encara no hi ha, a nivell social, la imatge del matemàtic no acadèmic, a diferència del que passa amb professions com les de metge, arquitecte o enginyer. Trencar de mica en mica la imatge actual del matemàtic, exclusivament acadèmica, és un dels reptes que tenim, i els professors de matemàtiques del batxillerat són els que hi tenen un paper molt important.

Voldria fer també un comentari sobre la formació d'aquest col·lectiu dels professors de matemàtiques del batxillerat. En un futur immediat, per a ser professor de matemàtiques del batxillerat, a part de ser llicenciat, caldrà fer els estudis del certificat de qualificació pedagògica (CQP), el nou CAP, estudis que s'estructuren en seixanta crèdits i un any de durada, juntament amb els cinc o sis anys, en terme mitjà, de durada real de les llicenciatures, això dona un període de temps excessivament llarg, i una formació sobredimensionada en continguts. Jo sóc del parer que el CQP, després d'un primer cicle de dos o tres anys –com, per exemple, té en compte l'Esquema de Bolonya–, fóra ja suficient per als alumnes amb aquesta orientació professional.

2.

La situació de la recerca en matemàtiques, i principalment a la universitat, ja ha estat considerada en la ponència d'en Joan Girbau, i jo ara només hi afegiré alguns comentaris qualitatius. Als aspectes positius que ell ha esmentat, jo hi afegiria, en primer lloc, el que en la meua percepció és una forta motivació i dedicació del professorat universitari de matemàtiques a la recerca. Jo considero aquest fet com un patrimoni molt valuós de la comunitat matemàtica a Catalunya.

La recerca en matemàtiques a Catalunya es troba en un estat de relativa bona salut. Però, qui té el protagonisme de la recerca? Al meu entendre, els individus i, sobretot, els grups de recerca. La recerca en matemàtiques té una dinàmica interna, amb característi-

ques ben especials. Per exemple, i fent un incís, una de ben evident és que no se subordina, en general, a les característiques de les convocatòries de les agències oficials. És ben cert que el percentatge de fons dedicats a la recerca en matemàtiques és baix, però per què els recercadors matemàtics no anem més sovint a les convocatòries de caire tecnològic, habitualment més ben dotades? En tot cas, és clar que no hi ha una política de recerca institucional, cosa que per mi és un altre exponent de l'escassa tradició científica del país. El com hauria de ser dissenyada és un bon tema per a un debat.

Tanmateix, hi ha altres matisacions importants a fer. Ja s'ha dit que hi ha àrees específiques, centrals en matemàtiques, entre les quals cal destacar l'anàlisi numèrica i les equacions en derivades parcials, on no hi ha prou activitat. D'altra banda, hi ha una tradició escassíssima de col·laboració amb científics d'altres disciplines; paradoxalment, és molt corrent que els equips de recerca en física o en química, per exemple, es facin les seves pròpies matemàtiques. De fet, ja les mateixes llicenciatures científiques estan massa aïllades; crec que fóra bo que hi hagués una part comuna del currículum. Abans s'ha parlat de la necessitat de treballar en equip en l'àmbit de l'empresa, però el fet és que en l'àmbit acadèmic, on també cal i és més fàcil, *a priori*, d'assolir, no es dona. Sembla, doncs, prou clar que aquest tipus d'activitat de recerca s'hauria d'incentivar d'una manera o altra. Ja en Fossas ha comentat les bones perspectives en matemàtica industrial, tecnomatemàtiques, etcètera, però hi ha altres camps on crec que hi haurà progressivament més necessitat d'interaccionar amb matemàtics, com, per exemple, la recerca bàsica en biomedicina. Opino que fins i tot no es tracta només de perspectives, sinó que ja és perfectament possible ara, perquè en l'actualitat hi ha certes empreses i certs equips de recerca que tenen una demanda de serveis, modesta però real, adreçada als matemàtics. És clar que hom pot argumentar que «serveis» no és sinònim de «recerca», però per aquí es comença, i, en qualsevol cas, el que menys ens convé als matemàtics, col·lectivament, és ser massa puristes.

Una altra matisació important a fer és pel que fa als programes de doctorat de matemàtiques. En primer lloc, cal destacar que el nivell de les tesis doctorals en matemàtiques a Catalunya és, en línies generals, molt elevat. Això és també un patrimoni que tenim. En aquests moments, però, hi ha un problema de massa crítica insuficient de doctorands, molt per sota de l'oferta de formació que els grups de recerca poden donar. La raó més evident és que el futur laboral dels doctors en matemàtiques ja no pot passar per les universitats, per la situació de bloqueig de les plantilles, sinó per l'àmbit no acadèmic. Però, en un moment en què, com abans s'ha dit, és només incipient la preocupació institucional i la disponibilitat de les empreses a contractar no ja doctors, sinó simplement llicenciats en matemàtiques, en particular, crec que hi ha una oferta sobredimensionada en doctorat. Atès que mantenir, com a mínim, el nivell de qualitat dels nostres grups de recerca passa necessàriament per tenir un flux de doctorands, jo faria la proposta d'un programa de doctorat en matemàtiques unificat a Catalunya, amb projecció decididament internacional. Paral·lelament, caldria trobar itineraris que donessin perspectives als becaris predoctorals.

Finalment, pel que fa a la recerca, no vull deixar de referir-me a les revistes de matemàtiques, de recerca, publicades al país. En l'actualitat n'hi ha dues de caire general i dues més de caire més específic i d'un menor grau de difusió, a part de la de tipus més divulgatiu, editada per la SCM. Crec que les matemàtiques a Catalunya tenen avui prou potencial i presència internacional per a sustentar una revista d'alt nivell, i, per tant, un cop més reitero la proposta d'ajuntar esforços en direcció a un futur *Catalan Journal of Mathematics*.

3.

El meu tema en aquesta taula rodona és: les matemàtiques a la universitat. Crec que he de referir-me també als actors, els matemàtics universitaris, i a alguns dels problemes que ens afecten. Un dels principals és la situació de bloqueig de les plantilles a què ja m'he

referit abans. Vinculat al bon nivell de la recerca, el fet és que hi ha un bon nombre de titulats universitaris molt altament qualificats, però amb gairebé cap possibilitat de promoció. També he comentat el negre panorama dels doctors recents i els futurs. Aquests fets contrasten, però, amb la proliferació, els darrers anys, d'uns quants centres i estudis nous, molts d'ells amb molta necessitat de professorat de matemàtiques. Jo crec que, de fet, s'ha crescut, però malament. La política universitària –o potser la seva absència– fa que les universitats, els seus departaments, hagin de créixer tan sols en places precàries, utilitzant en contra del seu perfil original la figura de l'associat contractat, i, llavors, la tradició endogàmica de les nostres universitats –un altre bon tema de debat– fa la resta. El resultat és ben paradoxal: els doctors en surten discriminats. A mi em sembla que intentar donar una solució a aquest problema, que no és altre que el de la dotació adequada de totes les universitats, hauria de ser prioritari sobre qualsevol altra iniciativa de la Conselleria. En aquest escenari, és especialment trista la situació dels postdoctorats de reincorporació, que pateixen una doble penalització: ser doctors i no ser al sistema. Amb relació a aquesta qüestió, no gens fàcil, crec que és una bona notícia la iniciativa recent de la Conselleria de crear la Institució Catalana per a la Recerca.

4.

Jo crec que, globalment, és enormement positiva l'evolució de les matemàtiques a la universitat catalana els darrers vint-i-cinc anys. És cert que ara hi ha la necessitat d'evolucionar un xic més, sobretot en l'aspecte docent, on cal tendir a formar un matemàtic de tall menys acadèmic, que tot sembla indicar que serà una professió de futur; en recerca hem de mantenir l'alt nivell i, al mateix temps, hem d'intentar ampliar l'espectre que cobrim. Al meu parer, la comunitat matemàtica catalana està prou preparada, i per aquest costat només podem ser optimistes pel que fa a l'evolució futura. Però amb això no n'hi ha prou, no es pot fer solament des de la universitat, als departaments. Cal una sensibilitat de les institucions envers les matemàtiques, cal que els responsables de la política educativa

també ho creguin, que les matemàtiques són cada cop més importants en la nostra societat, per a donar suport a les iniciatives que puguin sortir i aportar solucions a les mancances observades.

Moltes gràcies.

**Les matemàtiques com a
eina essencial per al
desenvolupament**

Presentació de la taula rodona

Sr. Julià Cufí i Sobregrau

Després de sentir les intervencions de la taula rodona que ens ha precedit, es pot tenir la certesa que les matemàtiques, especialment la investigació en matemàtiques, han fet a Catalunya un progrés enorme, gairebé espectacular al llarg dels últims trenta anys. Catalunya és una modesta, però efectiva, potència matemàtica, i les perspectives de futur són bones si sabem administrar bé el que tenim.

Però hom es pot preguntar immediatament: per a què serveix aquest progrés? Què en treu o que en traurà el país del fet de tenir un col·lectiu de bons matemàtics? Quin benefici portarà a cada un dels catalans que uns quants dels nostres compatriotes surtin a les revistes especialitzades o vagin amunt i avall per universitats i congressos?

Pensant-hi un moment, podríem concloure que, si tenim bons matemàtics, millorarà l'ensenyament de les matemàtiques a les escoles i als instituts i a les universitats i que, per tant, pujarà la cultura matemàtica de la població. Aquesta conclusió és discutible i, a més, continua sense aclarir-se quina pot ser la utilitat o quin el benefici d'aquest augment de cultura matemàtica.

Però, en qualsevol cas, crec que és escaient avui de dir que, si bé la qualitat dels docents és essencial per a millorar la qualitat de l'ensenyament, no és suficient. Cal també –i em refereixo ara, de mane-



ra especial, a l'ensenyament secundari– una programació adequada dels continguts que doni a les matemàtiques el pes que els correspon en el conjunt de l'horari lectiu, d'acord amb el caràcter d'eina de formació bàsica i d'acord amb la dificultat que hi ha d'assimilar-ne els continguts. I cal, també, que els professors tinguin garantides unes condicions laborals dignes i estables, que els permeti dedicar-se a la seva tasca educativa sense interrogants ni canvis imprevistos, com els que són objecte de denúncia, avui mateix, en aquest edifici del Parlament.

En un altre nivell, podríem pensar que la presència de matemàtics catalans en els mitjans internacionals ens donarà projecció científica a l'exterior, i que això augmentarà la valoració que es faci de Catalunya. Això segurament és cert i ens pot deixar més o menys cofois, però els mecanismes que donen pes i importància a un país en el concert internacional van per altres camins.

Si fem la pregunta de com podem contribuir els matemàtics al progrés de Catalunya, se suposa que estem pensant en Catalunya com un país amb un desenvolupament econòmic important, que li doni força de cara a l'exterior i equilibri social a l'interior, com un país modern, desenvolupat, culte, competent i solidari, que se situï al nivell dels països més evolucionats en els camps científic, tècnic i cultural.

Doncs, bé, les matemàtiques contribueixen al desenvolupament en tots aquests camps. Perquè el progrés econòmic és bàsic per al desenvolupament, i aquest progrés no es pot donar si un país no participa en la investigació i en la producció de coneixements en tots els àmbits de l'especulació o de la pràctica humanes, sigui la medicina o la sociologia, sigui el món de les comunicacions o el món de les finances, contribuint a posar al dia unes tècniques cada cop més sofisticades però cada cop més útils i necessàries, i, esperem-ho, més dedicades al servei de les persones. I avui dia, en la base del desenvolupament de totes aquestes ciències i disciplines i de moltes més, hi ha les matemàtiques, i cada dia més.

La idea de les matemàtiques com una ciència allunyada de la realitat, com una elucubració per ella mateixa –idea que mai no ha estat vàlida–, cal desterrar-la definitivament. Perquè la matemàtica és ara una ciència que, a part de ser indispensable per a altres ciències bàsiques –no cal dir la física o la mecànica celeste–, és a la base de la tecnologia que ens permet fer-nos una prova mèdica o escoltar un disc compacte o emmagatzemar informació valuosa. Però també és útil en ciències no tan exactes, com les ciències socials o les ciències del comportament humà, i les matemàtiques serveixen per a fonamentar la presa de decisions en l'àmbit social o polític o l'anàlisi dels mercats financers.

És la nostra intenció, tot seguit, de poder-vos donar arguments a favor d'aquestes afirmacions, que ens ajudin a convèncer-nos que un progrés matemàtic com el que hi ha hagut a Catalunya és essencial per al desenvolupament. Però no n'hi ha prou, cal també que hi hagi el teixit industrial i empresarial i social, en general, capaç de treure'n profit, i cal també una actitud oberta dels matemàtics cap als problemes que la recerca aplicada planteja. Cal que els matemàtics surtin de la seva torre d'ivori per engrescar-se en la solució de problemes que, no pel fet que siguin més pràctics, són ni menys difícils ni menys interessants. És la interacció entre uns i altres, entre els matemàtics disposats a adaptar-se a l'estudi del que el seu entorn necessita i una societat dinàmica i productiva, el que permetrà que els matemàtics aportin el que els correspon al desenvolupament del país.

A nosaltres ens agradaria que aquest estat d'esperit que avui es posa de manifest en aquest edifici del Parlament sobre la importància de les matemàtiques per al desenvolupament científic, tecnològic i cultural fos compartit pels representants dels diversos grups polítics que tenen la seva activitat aquí, i que amb el seu treball orienten l'acció del Govern. Voldríem que parlamentaris i governants ajudessin a crear les condicions perquè la contribució de les matemàtiques al progrés del país fos possible. Per a això ens cal el seu suport;

han de donar suport a les institucions, a les persones i als col·lectius amb lleis i mesures polítiques encertades, i han de donar també els mitjans econòmics necessaris. A l'hora de repartir els recursos, malauradament insuficients, han de donar a tot allò que té a veure amb la producció del coneixement la prioritat que li correspon.

Presentació dels ponents

El Dr. Carles Bonet i Revés és doctor en matemàtiques per la Universitat Autònoma de Barcelona i professor titular de matemàtica aplicada a la Universitat Politècnica de Catalunya; ha tingut una intensa dedicació a la docència i a la investigació. És autor d'un manual de càlcul numèric.

En l'àmbit universitari, el professor Carles Bonet va participar en la fundació i en les activitats del Cercle Ramon Llull, un col·lectiu de professors que defensaven i lluitaven per una universitat crítica, científica, democràtica i catalana.

Polític, a més de matemàtic, Carles Bonet és diputat al Parlament per Esquerra Republicana de Catalunya (ERC) i senador a Madrid per designació parlamentària; en el Senat és portaveu adjunt de l'Entesa Catalana de Progrés.

La Dra. Pilar Bayer i Isant és doctora en matemàtiques i catedràtica d'àlgebra de la Universitat de Barcelona; membre de la Reial Acadèmia de Doctors, i acadèmica corresponent de la Reial Acadèmia de Ciències Exactes, Físiques i Naturals. Ha rebut la Medalla Narcís Monturiol al Mèrit Científic i Tecnològic, de la Generalitat de Catalunya.

La professora Pilar Bayer ha desenvolupat la seva activitat d'investigació en el camp de la teoria de nombres, que és una part de les

matemàtiques en la qual apareixen sovint problemes d'aparença senzilla però de gran dificultat i profunditat matemàtica, com és ara la famosa conjectura de Fermat, resolta recentment. La professora Bayer ha fet una contribució essencial al desenvolupament de la teoria de nombres a Catalunya. Amb el seu treball i el seu mestratge, ha contribuït a la formació de grups consolidats de recerca a les tres universitats catalanes que tenen departaments de matemàtiques, els quals han col·locat la investigació en teoria de nombres que es fa al nostre país en un nivell excel·lent.

El Dr. Ferran A. Hurtado i Díaz és doctor en matemàtiques i professor titular a les facultats de Matemàtiques i d'Informàtica de la Universitat Politècnica de Catalunya. Ha centrat la seva activitat d'investigació en el camp de la geometria combinatòria, de la geometria discreta i de la geometria computacional. Val la pena fer notar que aquestes àrees de les matemàtiques tenen nombroses aplicacions en camps com ara la informàtica gràfica, el disseny assistit per ordinador, el reconeixement d'imatges, la visió artificial, els sistemes d'informació geogràfica o la robòtica.

El professor Ferran A. Hurtado és el responsable del grup de recerca que treballa en aquestes qüestions a la Universitat Politècnica de Catalunya, ben conegut internacionalment per la seva producció científica. Aquest grup, que ha promogut moltes activitats en les àrees corresponents al seu interès, ha donat una producció important de doctors en el camp de la recerca en el qual s'ha especialitzat.

El Dr. David Nualart i Rodon és doctor en matemàtiques per la Universitat de Barcelona i catedràtic de probabilitats i estadística d'aquesta mateixa universitat. Ha estat distingit amb el Premi Iberdrola de Ciència i Tecnologia 1999, un dels màxims reconeixements a l'activitat científica que s'atorguen a l'Estat espanyol.

Recentment ha rebut la distinció de la Generalitat a la recerca, que té com a objectiu afavorir la dedicació a la investigació dels professors universitaris més rellevants.

El professor David Nualart és especialista en anàlisi estocàstica, però els seus interessos científics són amplis i darrerament s'ha interessat per problemes que tenen un camp d'aplicació molt extens, com són els relacionats amb la matemàtica financera. Com a especialista en anàlisi estocàstica, ha visitat nombroses universitats estrangeres i forma part del comitè editorial de diverses revistes especialitzades del més elevat prestigi. És, ben segur, un dels matemàtics catalans amb més renom internacional.

El Sr. Manuel Udina i Abelló és llicenciat en matemàtiques, fou professor de matemàtiques a la Universitat de Barcelona, és director de l'Institut d'Ensenyament Secundari Pau Vila, de Sabadell, i professor de matemàtiques en aquest mateix institut, que ha estat centre experimental per a la reforma educativa. El professor Udina ha participat activament en el Grup Zero, per a l'ensenyament de les matemàtiques, que proposava un ensenyament de les matemàtiques a la secundària més basat en les activitats dels alumnes en problemes d'un context determinat, que permetin introduir els conceptes amb una forta base intuïtiva, que no pas en la presentació formal dels continguts matemàtics. Les conclusions i els treballs d'aquest grup han tingut molta influència en l'ensenyament de les matemàtiques a Catalunya.

El Sr. Julià Cufí i Sobregrau és doctor en matemàtiques per la Universitat de Barcelona i catedràtic del Departament de Matemàtica de la Universitat Autònoma de Barcelona. La seva activitat d'investigació s'ha centrat en la teoria de funcions d'una i diverses variables complexes i en l'anàlisi de Fourier.

La utilitat de les matemàtiques

Dr. Carles Bonet i Revés

Estic molt content, com a diputat que sóc d'aquesta casa, de trobar-me entre els meus, entre els matemàtics, entre els professors i les professores de matemàtiques.

Jo procuraré parlar poc, perquè, és clar, aquí hi ha persones que no només tenen molts més alts coneixements de matemàtiques que jo, sinó que en el moment present estan «en matemàtiques» i jo estic més aviat «en política» ara. I, evidentment, per a fer una conferència sobre la utilitat o per a què serveixen les matemàtiques, s'ha de tenir un cert estat d'esperit, i jo, de fet, ara el que estic és esperitat, força esperitat.

Bé, parlant d'estats d'esperit, he arribat tard, perquè tenia altres coses, i m'he adonat d'una cosa, que és que aquesta trobada no és pas de flors i violes; és a dir, hi ha un cert descontentament, i m'he adonat del malestar, perquè és evident que hi ha un problema a l'ensenyament en general, de concepció de l'ensenyament que ha de ser; sobretot, hi ha un problema a l'ensenyament secundari, i estic convençut que en les matemàtiques, per les característiques pròpies, aquest problema encara s'incrementa. És a dir, d'allò de què parlaré una mica, de per a què serveix, segurament a moltes professores i professors de secundària, i també de la universitat, els

és un problema, quan alguns alumnes els pregunten: «I això que faig, per a què panyeta serveix?»

Des dels poders polítics, dels que tenen avui el poder polític, es diu que no hi ha cap problema, però jo crec que el que fan, a vegades, és la política de l'estructura i neguen el que no poden negar, que són les evidències. Les evidències no es poden negar davant una comunitat matemàtica.

Com deia, parlaré una mica de per a què serveixen les matemàtiques. Aquesta és una pregunta que, a vegades, costa de respondre, i més quan molts programes de divulgació, per a ser passables, per a tenir audiències, tendeixen a donar una visió que són un joc, que es poden divertir molt fent matemàtiques. I, bé, sí, les matemàtiques són un joc, com tota la vida és un joc; ens ho podem prendre així, però les matemàtiques tenen una funció molt clara, que és que la seva utilitat, la seva funció és de modelitzar i quantificar la realitat, és a dir, està feta per a calcular coses. Del que es tracta, doncs, és de tenir un mètode per a predir; com deia Popper, la ciència és tot allò que pot predir.

Quan em pregunten això, quan m'han preguntat això alguna vegada gent del carrer, alumnes o qui sigui, de dir: «bé, per a què serveixen aquestes matemàtiques» i tot això, sempre he dit que no aniríem a la Lluna sense matemàtiques. El que és clar és que tampoc la humanitat no hi hauria anat si no hi haguessin físics, enginyers, metges, i, fins i tot, si no hi haguessin polítics potser no s'hauria anat a la Lluna, perquè la carrera de la Lluna, doncs, va ser, també, una derivació de la guerra freda.

Amb això vull dir que les matemàtiques no són un món a part, sinó que la seva utilitat ve interrelacionada amb les utilitats de tothom. Tothom és útil i tothom és inútil, d'alguna manera. Tothom és útil perquè tot interacciona en aquesta vida, i, en això, les matemàtiques també. La matemàtica no és una ciència a part, sinó que forma

part del conjunt de les ciències per a fer avançar el coneixement, i, en definitiva, per a millorar la humanitat, crec entendre jo. Però té unes regles del joc molt específiques i molt rigoroses, i això la fa singular respecte a les altres.

Aquesta pregunta de per a què serveixen, ens la fa gent del carrer. «L'àlgebra, per a què serveix?», els alumnes de secundària; «els sistemes lineals, per a què serveixen?», a vegades, pregunten; «les equacions de segon grau...» I és que sovint els matemàtics no trobem una resposta ràpida per convèncer-los de la utilitat.

Això pot venir de la classificació que es va començar a finals del segle passat –bé, això no és clar de quin segle–, del segle XIX, quan es va dividir una mica la matemàtica entre pura i aplicada. Fins llavors no hi havia cap diferència entre matemàtica pura i aplicada. Els matemàtics feien coses aplicades, és a dir, la diferència entre matemàtiques i ciències teòriques no existia. Doncs, al final del segle XIX es va produir una crisi en la fonamentació de la matemàtica a causa de les geometries no euclidianes, i això va posar en qüestió els fonaments, això va fer que, per a assentar els fonaments, perquè no fésim castells a l'aire, molta gent es dedicés a la fonamentació. Això va fer que una part de matemàtics i de matemàtiques, avui dia o a partir de llavors, moltes vegades treballen amb problemes que han perdut de vista aparentment la ciència i la tècnica.

També hi ha grans problemes que, per a resoldre'ls, es necessiten nous desenvolupament teòrics, i aquests desenvolupaments teòrics produeixen eines que, a la vegada, produeixen altres desenvolupaments, etcètera. I, al final, et trobes molt lluny del problema. Per a exemplificar aquestes coses, que a vegades la matemàtica et va allunyant del problema i al final del problema que t'ha portat al començament ja no te'n recordes, tinc una anècdota, amb perdó de la professora Bayer, que espero que se'n recordi..., perquè aquí a la taula aquesta hi ha tres professors que van ser meus: en Manel Udina, en Julià Cufí i la Pilar Bayer. Jo recordo la Pilar Bayer, quan

fèiem segon, que ens donava àlgebra, i en les últimes classes, que es veu que no teníem res a fer, va considerar que no teníem prou matèria amb les famoses categories –que ens van despistar durant un mes, però després ja vam aclarir què eren això de les categories–, i al final de tot va fer unes classes en què va demostrar que el nombre π era transcendent: la demostració de Lindemann, que és una demostració que dura..., no ho sé, en fi, d'apunts eren tretze o catorze fulls. Me'n recordo que estudiava amb un amic i company meu, i matemàtic, també, que és en Jaume Soler, i estudiàvem junts i vam fer uns apunts, i ens meravellàvem perquè, al final de tot, vam acabar entenent-ho, pas per pas, fins al *quod erat demonstrandum*, i vam dir: «i el nombre π , on és?» Ja l'havíem perdut; en fi, anant passant fulls, i només va aparèixer a les primeres ratlles de la demostració, i després ja es va perdre el nombre π . Una mica passa això, oi?

Bé, però amb això, amb aquesta diferència entre fonaments i aplicacions, alerta, és a dir, tot té aplicació. Hi ha matemàtics que desenvolupen teories derivades d'altres teories, que potser són difícils de veure en les aplicacions immediates. Fins i tot es pot arribar a pensar que allò no té utilitat pràctica, però d'això hi ha contraexemples, i clamorosos. El matemàtic britànic o anglès –no sé si era anglès– Hardy, en la seva biografia, va dir que feia matemàtica per la seva bellesa, però no per la seva utilitat, i, en privat, assegurava que els seus difícils teoremes de geometria algebraica, de teoria de nombres o, fins i tot, la teoria de la relativitat, veia que mai no tindrien aplicació. Quaranta anys més tard, doncs, les seves teories foren utilitzades per a l'encriptació, i, uns quants anys més tard, de la teoria de la relativitat, també se'n va demostrar la utilitat.

Per tant, l'aplicació de les matemàtiques ha estat, és i serà gran. De fet, avui vivim una espècie de moda, de voluntat de «matematització». Qualsevol disciplina no es considera disciplina si no té un grau o una mica de «matematització»: unes quantes estadístiques, alguns diagrames de barres... Tothom avui tendeix a presentar les coses així.

Per a acabar aquesta dissertació una mica desordenada, per a sistematitzar el que s'entén per matemàtiques i la seva utilitat, d'alguna manera la seva potència podria ser el mètode, el matemàtic el que dóna és un mètode. Perquè la matemàtica –i ho diu un polític d'esquerreres– és una ciència d'ordre. Com diu Andrew Gleason: «La matemàtica és la ciència de l'ordre; el seu objectiu és trobar, descriure i entendre l'ordre subjacent en situacions aparentment complexes.»

Finalment, per a acabar, quan ens pregunten: «les matemàtiques, per a què serveixen?», en tenim molts exemples. Jo crec que l'exemple més actual, més clar i més definitiu de la seva utilitat és un dels invents que ha comportat més interacció entre matemàtica abstracta i profunda, matemàtica aplicada i enginyeria: els ordinadors personals. És un exemple de com totes les coses al final encaixen, des de la teoria més abstracta, les màquines de Turing, fins als enginyers, que són capaços de fer una connexió entre teoria i pràctica quan ahir ningú no ho pensava.

Per tant, doncs, moltes gràcies. Llarga vida a la matemàtica, a les matemàtiques i als matemàtics.

Les matemàtiques: una ciència en evolució

Dra. Pilar Bayer i Isant

La ciència, en general, i la matemàtica, en particular, gaudeixen d'una salut i d'un dinamisme que superen amb escreix els de qualsevol època passada. Contínuament sorgeixen problemes nous, que són reptes per a la comunitat matemàtica; cada dia s'assoleixen noves fites, i, sovint, veiem com teories matemàtiques, clàssiques o modernes, són transferides a projectes científics i tecnològics de darrera generació.

La recerca matemàtica es fa avui en universitats i centres especialitzats, que són hereus d'una tradició secular. En el passat, l'existència de comunitats matemàtiques estigué lligada a moments àlgids de civilitzacions concretes. Els pobles de Mesopotàmia, l'Egipte antic, la Grècia clàssica, la Xina i l'Índia, els primers estats islàmics, la Itàlia del Renaixement, i també els primers estats europeus comptaren amb nuclis matemàtics creatius, que atragueren estudiosos més enllà de les seves fronteres. És molt interessant analitzar l'entorn històric que propicia que, en un moment donat, es produeixi un determinat avenç matemàtic, però no ens hi aturarem. Direm, únicament, que les obres d'Euclides d'Alexandria (~365-300 aC), Brahmagupta (~598-660), al-Hwarizmi (~780-850), Leonardo de Pisa (Fibonacci) (~1180-1250), G. Cardano (1501-1576), P. de Fermat (1601-1665), I. Newton (1643-1727), L. Euler (1707-1783), C. F. Gauss (1777-1855), G. Cantor (1845-1918) i H. Poincaré (1854-1912), entre moltes altres en el transcurs dels segles, són a la base de l'extraordinari progrés de la matemàtica d'avui.

Per a ser eficaç, la creació matemàtica cal que s'acompanyi d'una difusió acurada i que arribi al nombre màxim de persones. Des de l'escriba Ahmès, que copià, aproximadament mil cinc-cents anys abans de Crist, el papir Rhind –un document matemàtic de més de sis metres de llargada–, fins a l'autor del darrer llibre de text publicat, el coneixement matemàtic s'ha transmès per mitjà de personal especialitzat. Llegir i comprendre matemàtiques no és fàcil; escriure matemàtiques ho és molt menys. L'exposició oral d'un resultat matemàtic requereix un entrenament i una preparació comparables a les que pot exigir, per exemple, la interpretació d'una partitura musical. Però, com saben molt bé els nostres estudiants, escoltar matemàtiques es converteix sovint en una tasca força més complicada que escoltar música. La recerca matemàtica cal que s'acompanyi d'una recerca paral·lela en la seva didàctica. En aquest camp hi ha molta feina per fer. Les noves tecnologies, aplicades a la docència de les matemàtiques, podrien esdevenir en el futur un valuós ajut en l'aprenentatge d'aquesta ciència.

Els llicenciats i les llicenciades en matemàtiques surten de les nostres universitats amb un bagatge de coneixements que els permet estudiar matemàtiques, transmetre-les i aplicar-les a problemes del món real. Val a dir, però, que en comptades ocasions la creativitat matemàtica es manifesta en l'alumnat universitari abans de la fi dels estudis de tercer cicle, car no hi ha cap pla d'estudis ni reforma que pugui captar plenament la vitalitat de la producció actual.

Una tesi doctoral en matemàtiques no se sol deturar en una recopiació de dades, o bé en una anàlisi més o menys crítica de resultats d'altres autors. La comunitat matemàtica sosté, encertadament, que les tesis en aquesta disciplina han de contenir resultats nous. Així, qui es doctora en matemàtiques participa plenament de l'experiència investigadora. Les tesis matemàtiques són fruit d'anys d'estudi, de treball en seminaris, projectes i, nogensmenys, de moltes hores de reflexió personal. La formació d'una futura investigadora o investigador matemàtic requereix una forta inversió en temps.

En tant que molts problemes matemàtics sorgeixen de la contemplació del món físic, la matemàtica ha trobat tradicionalment en la física una de les seves fonts de realimentació principals. El discurs de la física, però, resulta més comprensible que el de la matemàtica. Així, els governs i les societats civils han mostrat a èpoques un alt interès en la capacitat de la física per a transformar l'entorn. De la mà de físics, enginyers i, més recentment, informàtics, la indústria posa a punt recursos tecnològics de tota mena que permeten transformar plantejaments científics, teòrics, en realitats socials, tangibles. Per aquest camí, una part significativa de la recerca matemàtica reverteix en la societat.

Atès que, fins fa ben poc, s'estimava que la recerca matemàtica no produïa beneficis econòmics immediats, el treball matemàtic traspassava el llindar del món acadèmic amb moltes dificultats. Ocasionalment, però, la matemàtica havia trobat altres vies d'aplicació; en citarem un quantes exemples. Des de la seva fundació, l'any 1925, els Laboratoris Bell, de New Jersey, als Estats Units, van apostar pel finançament d'un centre de recerca matemàtic; el treball que s'hi portà a terme els anys quaranta fou decisiu en la gènesi de tecnologies de l'era actual de la informació. Abans de la Segona Guerra Mundial, matemàtics britànics treballaren en serveis d'intel·ligència; els seus plantejaments han precedit el desenvolupament de la criptologia científica i el naixement de la intel·ligència artificial. La primera màquina a la qual se li pot donar el nom d'«ordinador», l'ENIAC, fou construïda l'any 1945 per facilitar la integració numèrica d'equacions de balística, tasca portada a terme per un nombrós equip de matemàtics i matemàtiques. Durant els anys 1946-1949, l'ENIAC fou l'única computadora electrònica dels Estats Units i esdevingué un punt clau en el naixement de la moderna programació matemàtica.

Els darrers vint anys han viscut un interès creixent de comunitats científiques no matemàtiques vers la matemàtica. Aquest èxit és degut, en part, al sector informàtic. La informàtica, en propiciar un

augment espectacular de la velocitat de càlcul, fa possible que capítols de la matemàtica passin d'un estadi aplicable a un estadi aplicat. Com a conseqüència, la química, la biologia molecular, l'economia, la diagnosi mèdica, etcètera, utilitzen avui la matemàtica, no solament com a idioma científic, sinó també com a eina per validar els seus resultats experimentals.

Al darrere de tot avenç tècnic hi ha molts anys de raonament matemàtic. Algoritmes matemàtics són presents en la base mateixa de la tecnologia digital. Camps de l'anàlisi matemàtica intervenen en la modelització de sistemes i simulació de fenòmens complexos. Tècniques de compressió d'imatges, basades en teories matemàtiques, són utilitzades per agències espacials i governs, en els vessants més diversos. Resultats d'aritmètica són aplicats en teoria de la informació.

En arribar a aquest punt, podem preguntar-nos: quan un matemàtic o una matemàtica investiga, té en la ment alguna de les aplicacions que acabem d'esmentar? Quina és la causa que impelleix a la resolució d'un problema matemàtic concret o a la formulació d'una teoria? Quina raó pot tenir una persona per a aïllar-se sis o set anys fins a aconseguir la demostració d'un determinat teorema? Amb quin motiu una part del jovent acabat de llicenciar accepta beques precàries com a preludi de futurs incerts?

Abans de donar resposta a aquestes preguntes, m'agradaria citar un fragment d'una carta que el matemàtic Adrien-Marie Legendre (1752-1833) remeté al matemàtic Karl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851), l'any 1832, amb motiu del casament d'aquest: «El felicito per haver trobat, després d'una experiència més aviat llarga, una jove esposa amb qui ha jutjat que serà feliç per sempre. [...] Un home destinat a treballar moltes hores al seu despatx necessita una esposa que s'ocupi de tots els detalls de la llar i eximeixi el seu marit de les petites preocupacions de la vida quotidiana, que són tasques que queden fora de l'abast d'un home.»

L'activitat matemàtica és una manifestació de l'energia de la ment humana. No hi ha cap persona que s'interrompi a si mateixa en la resolució d'un problema si es veu capaç de resoldre'l. Sovint, ja des de l'escola, el nen o la nena amb talent matemàtic i, posteriorment, l'estudiant i l'investigador o la investigadora matemàtics quedaran atrapats per la dificultat d'un problema, o captivats per la bellesa d'una teoria. Però, de la mateixa manera que una planta nascuda plena de vida veu ofegat el seu creixement quan les condicions externes no li són favorables, la formació i la creació matemàtiques són molt sensibles a l'entorn. Un entorn conflictiu, o carregat d'obligacions, pot ocasionar que una formació s'estronqui o que una recerca no arribi a bon port. Com sabia molt bé Legendre, la recerca matemàtica es fa lluny de les cabòries de la vida quotidiana. Per a fer matemàtiques, cal alliberar l'esperit i amplificar-ne les vibracions.

A poc a poc, la nostra societat ha anat copsant la importància del quefer matemàtic. Fins ara, el seu suport permet que la majoria de centres universitaris tinguin una comunitat matemàtica pròpia, que valora en tant que és educadora d'una part del seu jovent.

Ara com ara, la societat catalana està en disposició de formar personal matemàtic investigador d'alt nivell. El nombre d'especialitats matemàtiques cobertes per la xarxa d'universitats catalanes ofereix un espectre ampli, i el personal investigador que en surt és ben rebut en universitats i centres de recerca d'arreu. Però hauríem d'anar més lluny.

El món de la recerca matemàtica, com el de la recerca científica en general, no és neutral. Un fet tan objectiu com pot ser la valoració de la resolució d'un problema o la importància d'una publicació està exposat a les lleis del mercat. La moda matemàtica s'estableix de maneres subtils: per mitjà de revistes científiques, premis, projectes, publicacions, imposicions idiomàtiques, etcètera. És un fet indiscutible que, avui, les nacions més avançades tecnològicament i científicament dicten aquestes modes.

Els nostres matemàtics i matemàtiques formen un col·lectiu actiu. Els avenços assolits els darrers anys han estat considerables, sobretot si tenim en compte que els investigadors i investigadores catalans han compaginat tota la vida la recerca i la docència, és a dir, simultàniament i ininterrompudament. Crec, però, que la recerca del nostre país es mereix en el futur una dedicació més específica. Catalunya cal que assoleixi en recerca el pes que li correspon i convindria que el seu personal investigador competís en el marc internacional en igualtat de condicions amb la resta de col·legues de països capdavaners.

Al mateix temps, crec que les nostres universitats podrien atraure un nombre més elevat d'estudiants d'altres indrets. El nostre país podria influir molt més en la difusió del coneixement científic en països de parla romànica, per exemple. En particular, la matemàtica hauria d'esdevenir un dels instruments afavoridors de societats amb grans reptes socials i econòmics, i Catalunya hi podria contribuir per mitjà de la formació específica d'una part del seu alumnat.

El ventall d'aplicacions de la ciència i la tecnologia actuals és enorme. El futur pot atorgar-nos moltes sorpreses. A mi m'agradaria pensar que, potser, seran bones. Tant de bo això fos així, i l'any 2100 celebrés un any mundial de la matemàtica en què participessin activament tots els pobles d'arreu del món.

Les matemàtiques i les seves aplicacions científiques i tècniques

Dr. Ferran A. Hurtado Díaz

El cos de la majoria dels éssers vius menys elementals, i el nostre en particular, és compost majoritàriament d'aigua. L'aparença externa és conformada per teixits molt rics i complexos, però es desploarien si no fos perquè hi ha un esquelet, que, a més de ser-ne la part més permanent, és el que dóna la forma als organismes.

De manera similar, les matemàtiques s'apliquen i són presents en innumbrables activitats humanes, certament en totes les tecnologies, i d'una manera especialment rotunda en les tecnologies més recents; els fonaments sobre els quals se sustenten formen part de la matemàtica, i també l'estructura que els dóna la forma que tenen i que en guia el desenvolupament.

Si l'analogia amb l'esquelet és clara, també fa evident una gran diferència: mentre no hi ha ningú que desconeixi com és de fonamental el paper d'aquell en la naturalesa i en el funcionament del cos, és, en canvi, sorprenent i incomprensible la ignorància general, fins i tot entre persones instruïdes, de la presència decisiva de la matemàtica en la vida quotidiana i en el funcionament de la societat.

Allà on hi ha fórmules, hom espera que hi hagi matemàtiques. El moviment dels planetes, la gravitació universal, és clar que es regeixen per lleis matemàtiques. Sí, però també això permet de posar en òrbita i mantenir els satèl·lits que fan possible la predicció meteorològica, les retransmissions, i les converses telefòniques amb aquests aparells portàtils que ara ens inunden.

Si s'ha de mantenir una comptabilitat, és clar que hi haurà operacions matemàtiques. Sí, però no ens podem pensar que tot es limita a les operacions elementals, que són trivials i, d'altra banda, conegudes per tothom. En el nivell global, explicatiu i predictiu, l'economia es descriu per lleis matemàtiques. I potser aquí haurem de recordar que en diverses ocasions el Premi Nobel d'Economia ha estat concedit a matemàtics: el 1975, Kantorovic; el 1983, Debreu; el 1994, Nash, Harsanyi i Selten, i, moralment, també el 1997, Merton i Scholes –el seu coautor matemàtic, Black, havia mort el 1995.

Totes les branques de la matemàtica tenen presència en alguna aplicació, i no tractarem de fer aquí una relació extensa d'aquestes aplicacions, car seria poc informativa i difícilment exhaustiva. Per això, ens limitarem a parlar d'alguns exemples en tres àrees particulars: el transport, la medicina i la tecnologia de la informació.

Un element que apreciem molt en la forma moderna de vida és la nostra mobilitat, la capacitat per a fer desplaçaments i viatges. Si considerem els avions, ens trobarem que el seu disseny, el control dels vols, la gestió de les pistes, i molts altres aspectes s'efectuen d'una manera matemàtica. Tal vegada ja ens esperàvem això d'una màquina tan sofisticada; parlem, doncs, del cotxe, que rarament un conductor comú veu com un aparell possible gràcies a les matemàtiques.

La forma del vehicle haurà estat acuradament dissenyada utilitzant equacions diferencials per a establir-ne les condicions aerodinàmiques; els robots de la cadena de muntatge hauran utilitzat un planificador de moviments programat matemàticament per a evitar les col·lisions i maximitzar-ne l'eficiència; hi haurà dispositius de seguretat dissenyats a partir de simulacions virtuals d'accidents, i el control del trànsit s'haurà establert gràcies a la investigació operativa. I ens agrada de portar-hi una ràdio per a sintonitzar la nostra emissora preferida..., en megahertz? Potser que recordem que el nom ve de Hertz, un expert en equacions en derivades parcials,

el qual va demostrar l'existència de les ones de ràdio. I ara els cotxes comencen a portar un navegador connectat a un ordinador, que permet d'obtenir en cada moment les coordenades del lloc on s'és i d'accedir a una base de dades que mostra el mapa adequat. El sistema de posicionament global (GPS) determina el lloc on som com a intersecció de tres o, millor, quatre esferes centrades en sengles satèl·lits, la distància als quals coneix perquè es rep un senyal que permet mesurar la diferència temporal, efectuant complexes operacions de sincronització. No han de passar gaires anys perquè aquests aparells siguin petits, individuals, portàtils, barats, i tots en duguem un a sobre, i sapiguem exactament on som i cap a on ens movem. La ciència, les matemàtiques, han fet possible un dels somnis més vells de la humanitat.

No hem d'oblidar que tots els aparells tècnics que ens rodegen, i que fan la nostra vida millor i més còmoda, existeixen i funcionen gràcies a les matemàtiques.

Parlem ara de la medicina moderna, que té una connexió intensa i creixent amb la matemàtica. A tall d'exemple, potser que considerem, en primer lloc, la diagnòsi per mitjà de les imatges.

Potser la tècnica més coneguda és la tomografia axial computada, que consisteix essencialment a prendre entre molts parells de punts un raig X que mesurarà la densitat de teixit en aquesta línia; la transformada de Radon és a la base de l'algorisme que permet a l'ordinador de reconstruir la distribució tridimensional de densitat de la part explorada.

En una ressonància magnètica es construeixen imatges a partir de mesures de la resposta del cos a camps magnètics i impulsos de radiofreqüència. El senyal induït és transformat en imatges per mitjà d'una sèrie d'algorismes que utilitzen una barreja complexa de física, matemàtiques i tècniques de computació, on, per exemple, juga un paper fonamental la transformada de Fourier.

Una altra d'aquestes tècniques de diagnosi no invasives que se sustenten en les matemàtiques és l'obtenció d'imatges per impedància elèctrica, el funcionament bàsic de la qual consisteix en l'aplicació de petits corrents elèctrics entre elèctrodes situats a la pell. La mesura de la resposta permet de reconstruir la distribució de conductivitat i permissivitat elèctriques, i d'obtenir-ne en temps real imatges contínues del cor, dels pulmons i d'altres òrgans. El problema invers que cal aquí resoldre per a fer la restitució és trobar la solució d'un conjunt d'equacions en derivades parcials derivat de les equacions de Maxwell.

L'anàlisi de les deformacions del cervell produïdes per diverses malalties es fa per transformació de la imatge d'un cervell de referència en el del pacient. La distància entre les imatges és la integral de l'arrel quadrada de la diferència en el domini, i les deformacions d'una imatge constitueixen un grup de Lie.

I així podríem continuar parlant dels elements matemàtics essencials en molts altres mètodes d'obtenció d'imatges mèdiques, però potser que ara passem a l'etapa que segueix la diagnosi: un tractament, possiblement suggerint algunes medecines.

No parlaré –perquè crec que es farà en una altra ponència– del paper crucial de l'estadística en l'obtenció i el perfeccionament de les medecines. Però és que actualment, en el descobriment de medicaments i de les causes de les afeccions, es treballa també en el nivell molecular, i les matemàtiques hi tenen un paper crucial: en la síntesi sistemàtica i en la visualització de grans biblioteques de petites molècules, en les simulacions del modelatge molecular, naturalment també en el projecte Genoma, que té com a objectiu principal la identificació dels més de cent mil gens que componen l'ADN humà i que permetrà el tractament de malalties com el càncer, la sida o l'artritis. Les tècniques involucrades van de la teoria d'onetes al disseny d'algorismes geomètrics i combinatoris, passant per la geometria tridimensional clàssica, entre moltes altres branques de la matemàtica.

No em vull estendre més sobre aquestes qüestions, però deixeu-me que en faci un resum, que no perquè sigui dramàtic és menys cert: les matemàtiques salven vides humanes diàriament.

El darrer aspecte que considerarem té una actualitat notòria. La informàtica ha canviat substancialment la forma en què vivim; els avenços en les tècniques de computació i en les tecnologies de les comunicacions estan transformant profundament el comerç, la investigació, l'aprenentatge, l'accés a la informació i la interacció social. En tota aquesta revolució les matemàtiques tenen un protagonisme indiscutible.

Per a transmetre la informació, cal codificar-la de manera que l'enviament i la recepció siguin possibles amb el sistema més ràpid, eficient i fidedigne possible. Això correspon a la teoria de codis, a cavall entre l'àlgebra, la teoria de nombres i la matemàtica discreta. A més, aspirem a comunicar-nos a gran distància, i cal cobrir la possibilitat d'interferències i deterioraments. Els codis actuals incorporen estructures matemàtiques que permeten la detecció i la correcció d'errors; qualsevol lector de discos compactes, per exemple, té actualment la capacitat d'aprofitar aquesta característica. I és que la generalitat matemàtica permet que els mètodes abastin, alhora, paraula escrita, veu, imatges i música.

El món de les finances, els mercats internacionals, efectuen avui dia les seves valoracions i transaccions de manera absolutament informatitzada. La defensa de les nacions capdavanteres reposa en mecanismes similars. Els nostres comptes bancaris són gestionats en xarxes que interconnecten oficines i entitats. Hem vist abans diverses aplicacions de la matemàtica en la medicina: les imatges obtingudes en una diagnosi o l'historial mèdic poden emmagatzemar-se i transmetre's a llocs molt distants. La compra electrònica s'està generalitzant. Totes aquestes operacions i transmissions són molt delicades; la criptografia és una branca de les matemàtiques que proporciona mètodes per a fer-les segures.

La capacitat d'accedir ràpidament a grans fonts d'informació, de comunicar-se intercanviant instantàniament grans quantitats de text, d'imatges, de so, és una de les fantàstiques possibilitats que ara tenim a l'abast amb Internet. El disseny de xarxes d'interconnexió eficients, fiables i tolerants, i també l'encaminament òptim, són algunes de les aplicacions fonamentals de la teoria de grafs, una de les branques de la matemàtica discreta, la qual és, en gran mesura, la matemàtica pròpia de la informàtica.

La combinatòria, la probabilitat i la teoria d'autòmats, entre altres disciplines, es conjuguen en el disseny i l'anàlisi d'algorismes i d'estructures de dades, que constitueixen el cor mateix de la teoria informàtica. Qualsevol d'aquestes escenes del cinema en què per mitjà d'ordinador es fa una animació incorpora centenars de milers de polígons, cadascun dels quals és una estructura matemàtica elemental, però en un nombre que no admet manipulacions ingènues. La geometria computacional és la branca de les matemàtiques on es generen teoremes i algorismes que permeten d'efectuar eficientment aquestes manipulacions.

I ja us imagineu ara que hi ha molts més aspectes fonamentals de la informàtica l'essència dels quals és absolutament matemàtica, però és hora de resumir. No es tracta d'una tecnologia més, d'una eina per al joc i la distracció: actualment l'economia, la seguretat, la salut, les comunicacions, el transport depenen profundament de la informàtica i, per tant, de les matemàtiques.

Hem vist com el funcionament de la societat actual, d'una manera rotunda quant a la ciència i les tecnologies, rep una presència i una contribució decisives de la matemàtica. És per això que la incultura matemàtica és decebedora i perillosa per a la mateixa subsistència de la societat.

Són pobres les societats en què la cultura científica i matemàtica és escassa i està deslligada de la cultura humanística. Són dependents

els països en què hi ha renúncia o poc esforç en la investigació matemàtica, perquè això comporta l'absència de protagonisme en el món tecnològic. És irresponsable una societat desenvolupada que no assumeix la part que li pertoca en la continuïtat del progrés.

Consegüentment, vull aprofitar aquesta tribuna per demanar als ensenyants, als investigadors, a les autoritats que tenen la capacitat de decisió i de planificació que no es permeti de cap manera el desconeixement de la matemàtica, de la seva tremenda incidència en el món quotidià, i que s'incrementi urgentment la presència de les matemàtiques en l'ensenyament, no solament en termes quantitatius, sinó també quant a profunditat.

En el mateix sentit, les institucions no han d'ençegar-se per la rendibilitat immediata d'algunes aplicacions, comprensible en el sector industrial o quan són molt pocs els recursos, i cal fer el màxim esforç per invertir en investigació bàsica, a llarg termini, que permeti una llarga projecció i un increment del benestar de la nostra societat en el segle que comença.

Les matemàtiques i les ciències socials

Dr. David Nualart i Rodon

Podem afirmar que les matemàtiques s'estan utilitzant d'una manera cada cop més satisfactòria com a eina per a l'estudi del comportament humà en tots els aspectes. Les matemàtiques inter-venen d'una manera decisiva, per exemple, en la presa de decisions en un context social o polític, encara que les característiques del problema no siguin de tipus quantitatiu.

Les matemàtiques han estat presents a les ciències socials des de fa temps, per mitjà de l'ús de l'estadística per a recollir dades i elaborar prediccions o en la programació matemàtica per a formular objectius i fixar restriccions. D'altra banda, l'anàlisi quantitativa i la modelització de la realitat social han donat lloc al desenvolupament d'àrees matemàtiques noves, com la teoria de l'elecció social o la teoria de jocs.

A títol il·lustratiu, podríem esmentar els següents tipus de problemes dins les ciències polítiques i socials que comporten un tractament matemàtic:

- 1) El problema de l'elecció social: com establir una ordenació de les possibles alternatives en una comunitat d'individus, a partir de les preferències individuals? Aquestes alternatives poden ser, per exemple, construir un hospital, construir una escola o posar un pas a nivell en un poble. L'anomenada teoria de l'elecció social tracta aquest problema. El resultat fonamental d'aquesta teoria és

el famós i sorprenent teorema d'impossibilitat d'Arrow, que afirma que si hi ha més de dues alternatives, qualsevol ordenació social que tingui unes propietats raonables ha de coincidir amb les preferències d'un cert individu, és a dir, ha de ser de tipus dictatorial. Hi ha, però, procediments d'ordenació social que funcionen bé, encara que no tinguin totes les propietats exigides en el teorema d'Arrow.

2) La quantificació del poder en la vida política, entès com la capacitat per a influir en la presa de decisions. En un sistema de votació ponderat, el poder d'un votant –que pot ser un partit polític o un individu– es mesura mitjançant els anomenats índexs de poder. Els més utilitzats són el de Shapley-Shubik i el de Banzhaf. No sempre aquests índexs donen el mateix valor; per exemple, el president dels Estats Units d'Amèrica té un índex de Shapley-Shubik del 16% i un índex de Banzhaf del 4%.

3) La resolució de situacions de conflicte. La teoria de jocs, creada per Von Neumann i Morgenstern, proporciona un conjunt de models matemàtics que ajuden a l'anàlisi de situacions de conflicte i proporcionen estratègies de cooperació adequades. Aquesta teoria ha estat emprada de manera satisfactòria en economia i en ciències polítiques.

La modelització matemàtica de l'activitat econòmica constitueix una de les àrees més rellevant dins les aplicacions de les matemàtiques a les ciències socials. Dins aquesta àrea, els darrers vint anys s'ha produït una autèntica revolució en la modelització dels mercats financers. Voldria explicar una mica aquest fenomen, que és de gran importància per les repercussions que té tant en l'àmbit de la recerca científica com en l'àmbit de l'impacte social.

a) D'una banda, aquesta revolució és deguda a l'enorme quantitat de dades de què es disposa: els preus dels actius financers es coneixen en intervals de segons i, com tothom sap, varien d'una manera molt irregular.

b) D'altra banda, als mercats financers es negocien contractes sobre accions –anomenats «derivats» perquè depenen d'un actiu subjacent– que són cada cop més complexos. Hi ha opcions de compra de tipus europeu –només es poden exercir en l'instant de venciment–, americà –es poden exercir quan hom vulgui–, de tipus asiàtic, opcions russes, amb fronteres, i altres.

Els preus de les accions en la borsa tenen un comportament molt irregular, i es fa difícil trobar-hi cicles o periodicitats. El component d'incertesa dels preus futurs porta a una modelització mitjançant el càlcul de probabilitats, i, més concretament, la seva versió dinàmica, que s'anomena «processos estocàstics». El model més utilitzat és l'anomenat moviment brownià geomètric, introduït per Samuelson l'any 1965 i per Black i Scholes l'any 1973. Precisament, l'any 1973 representa l'inici del desenvolupament de les matemàtiques financeres, amb l'obertura del primer mercat d'opcions a Chicago i la publicació dels treballs fonamentals de Black i Scholes sobre la valoració i la cobertura d'opcions.

Les matemàtiques que s'utilitzen per a l'anàlisi dels mercats financers són força sofisticades, d'alt nivell, i ja existien abans. En concret, es tracta del càlcul estocàstic, introduït per Itô els anys quaranta, i les equacions en derivades parcials. El càlcul estocàstic és un càlcul diferencial i integral respecte a les trajectòries del moviment brownià, que són funcions contínues però tan irregulars que no són diferenciables. És curiós observar que resultats fonamentals d'aquesta teoria, com la fórmula d'Itô, el teorema de Girsanov o la fórmula de Feynman-Kac, apareixen usualment en els treballs de matemàtiques financeres.

El model de Black i Scholes per als preus de les accions i la fórmula donada per aquests autors per al preu d'una opció de compra són força senzills i eficaços. Això és un exemple més de l'«efectivitat no raonable de les matemàtiques en les ciències socials», copiant una frase de Wigner. Hom podria pensar que la simplicitat del

model contradiu la gran complexitat de la realitat, en què intervenen molts factors incontrolables. En certa manera, això és cert, i anàlisis estadístiques recents demostren que el model de Black-Scholes no s'ajusta prou bé a les dades. Però també es pot argumentar que el fet de disposar d'una modelització senzilla i eficaç és a vegades més important que un ajust més fidel a les dades.

Problemes complexos com la modelització dels tipus d'interès, l'optimització de carteres, tenint en compte les despeses de transacció, representen un repte, actualment, per als científics que treballen en aquestes qüestions.

Finalment, voldria assenyalar que la relació entre economia financera i càlcul de probabilitats és molt enriquidora per a les dues disciplines. D'una banda, hi ha un desenvolupament del càlcul estocàstic motivat per les aplicacions que té en finances, i, d'altra banda, els avenços en càlcul estocàstic permeten resoldre problemes de matemàtiques financeres. Aquesta relació en dos sentits és la clau per a la coordinació entre la recerca en matemàtiques i la seva utilització en la modelització de la vida real.

Les matemàtiques en la societat tecnològica

Sr. Manuel Udina i Abelló

L'any 1642 el matemàtic francès Blaise Pascal va construir i va difondre la primera màquina mecànica de càlcul, la Pascalina, que consistia en un enginyós sistema de rodes dentades numerades del 0 al 9, i unides de tal manera que, quan una d'elles donava una volta completa, feia avançar un pas la següent. La Pascalina permetia fer sumes acumulant els resultats anteriors obtinguts. Tot i que va tenir una certa difusió, tenia alguns problemes pràctics de funcionament, perquè, quan coincidien diversos 9, s'encallava. Cinquanta anys més tard la màquina de Leibniz ja permetia fer les quatre operacions mecànicament, però no és fins a mitjan segle XIX que, amb les necessitats generades per la revolució industrial, per l'expansió comercial i pel desenvolupament del sistema bancari internacional, es van començar a construir a gran escala màquines de calcular molt més potents i fiables. En un anunci de la màquina Brunsviga que he trobat en una revista del 1910, s'assegura que podia calcular els interessos de 45.678 pessetes al 5% durant dos-cents vint-i-cinc dies en quinze segons, o que podia calcular l'arrel quadrada d'un número de nou xifres en trenta-cinc segons. Aquestes màquines són una prova que en la lluita per superar les dificultats del càlcul aritmètic, la tècnica –en aquest cas, la mecànica– va ajudar les matemàtiques.

Però ara és el moment que les matemàtiques han tornat el favor a la tecnologia: el procés seguit fins a l'aparició i el desenvolupament dels ordinadors electrònics no hauria estat possible sense les apor-

tacions teòriques de molts matemàtics –començant per Boole, amb la seva àlgebra, i més tard Turing i Von Neumann, entre altres. I en el moment actual el processament digital de sons i imatges, el desenvolupament de les telecomunicacions i el tractament de grans quantitats de dades en temps cada vegada més ínfims és possible pels avenços tecnològics, però també per tota una sèrie d'aplicacions matemàtiques que han orientat el disseny i el funcionament dels ordinadors.

Entre les matemàtiques que han influït en els avenços tecnològics, citarem la criptologia, que es va començar a desenvolupar a Anglaterra per la necessitat de desxifrar els missatges secrets dels alemanys –justament en els intents per a abordar aquests problemes es van desenvolupar els primers ordinadors– i ha passat a tenir aplicacions molt extenses, amb la implementació de la transmissió digital de dades, en la qual participem tots quan paguem amb una targeta de crèdit o quan volem fer gestions per Internet –per cert, una de les qüestions que hauran de regular els parlaments és el reconeixement de la signatura electrònica. Els algorismes que s'utilitzen en aquest àmbit han de tenir en compte els conceptes de confidencialitat –que qui no ha de llegir un missatge no ho pugui fer– i d'integritat –que el missatge arribi al seu destinatari sense alteracions ni errors. És curiós constatar que els procediments que s'utilitzen en aquest camp provenen d'àrees de la matemàtica com la teoria de nombres o dels cossos finits, que fins ara eren considerats de l'àmbit de la matemàtica pura. Direm també que, en el control dels errors en la codificació dels sons prèvia a l'enregistrament d'un disc compacte de música, també hi intervenen algorismes matemàtics.

La difusió i la potència actuals dels ordinadors canvien el paper de la matemàtica d'una manera espectacular. En efecte, poder comptar amb instruments matemàtics ja integrats a l'ordinador ens capacita per a estudiar grans quantitats de dades, possibilita el disseny de models que les estructurin i permet fer simulacions, és a dir, moltes

altres coses que simplement calcular. El fet de disposar de programes adequats fa que moltes més persones que els especialistes puguin utilitzar procediments que inclouen matemàtiques sense necessitat de ser-ne experts. Per exemple, amb els fulls de càlcul que pràcticament tenen tots els ordinadors podem resoldre el problema a què feia referència l'anunci que hem esmentat abans –càlcul d'un interès–, i no només calcular l'interès corresponent a aquell cas concret, sinó a tots els intervals de temps, diferents tipus, etcètera.

Una de les activitats matemàtiques que, potser per la lògica interna de l'organització acadèmica, té poca presència sistemàtica en els estudis universitaris és la de «matematitzar» o «modelitzar». «Modelitzar» significa transformar una situació o un objecte real en objectes matemàtics prescindint dels detalls no rellevants per a la qüestió que abordem. Aquest model després es pot estudiar per contrastar-ne els resultats amb la situació de partida. De vegades els resultats poden no aportar gaire res a la comprensió de la situació, però en molts altres casos ens meravellem de l'adequació de l'estudi matemàtic a la situació donada.

En les classes de matemàtiques que fem als instituts modelitzem, per exemple, quan estudiem les funcions –en particular, la funció afí– a partir de l'anàlisi de l'allargament d'una molla o de l'estudi del moviment uniforme. De vegades es critiquen per «poc matemàtiques» aquest tipus de presentacions. Seria més ajustat qualificar-les de «poc abstractes», però en cap cas de poc matemàtiques, perquè considerem que l'activitat matemàtica inclou en ella mateixa la necessitat de les modelitzacions –i més en l'ensenyament secundari. En aquest sentit, ens adherim a la caracterització de les matemàtiques com a «internament abstractes i externament eficients».

Les modelitzacions que s'han fet clàssicament són les que feien referència a la física. Actualment és possible i es fan models de situacions molt complexes gràcies a la potència de càlcul dels ordinadors, que permet analitzar o ordenar grans quantitats de dades

com les que poden requerir una predicció meteorològica, un estudi de màrqueting, l'estructura del genoma humà o els problemes d'aerodinàmica. En aquest darrer cas, modelitzacions per ordinador de les equacions de l'aerodinàmica permeten substituir l'experimentació en «túnels aerodinàmics», la qual cosa permet reduir els costos dels processos de disseny.

En diversos països s'han creat instituts de matemàtica tecnològica, i alguns d'aquests estan integrats en l'ECMI, que té com a objectius bàsics promoure l'ús de models matemàtics en la indústria i educar matemàtics industrials. (He consultat la web de l'ECMI per preparar aquestes ratlles.) A Catalunya estem lluny de tenir una situació satisfactòria amb relació als ponts entre el món acadèmic i l'industrial o de l'empresa, però ja s'hi ha començat a treballar. No només a Catalunya: el president de l'esmentat consorci europeu es lamentava que els estudiants europeus no han respost suficientment a les oportunitats ofertes pel programa Leonardo per a col·locar estudiants a la indústria. Sembla que costarà temps recuperar el retard europeu en relació amb els Estats Units, on des de fa anys un percentatge relativament alt dels doctorats en matemàtiques troben col·locacions fora del món acadèmic –i tant els organismes oficials com moltes institucions privades dediquen fons a activitats matemàtiques.

Les matemàtiques aporten el fonament teòric a moltes aplicacions i permeten dissenyar parts essencials de la solució de molts problemes pràctics. Com a exemples interessants d'aquestes aplicacions, en citarem alguns sense cap pretensió d'exhaustivitat.

En medicina, el tractament dels sistemes moderns d'imatge –escàners, ressonància magnètica, ecografia– depèn del processament matemàtic de senyals. Els treballs relacionats tenen a veure amb l'estudi de la propagació d'ones en mitjans no homogenis i amb l'anàlisi de Fourier. El projecte del genoma humà requereix estudis matemàtics per a correlacionar seqüències gèniques amb les malalties associades.

En tecnologia avançada el disseny de microprocessadors, de naus espacials, de les xarxes de comunicació per satèl·lit, del control de trajectòries en un viatge espacial, etcètera, estan basats en aplicacions matemàtiques.

En el control del medi ambient, la construcció de models útils de sistemes, d'oceans o de l'atmosfera per a predir l'impacte de l'activitat humana és essencial per a marcar les línies públiques d'actuació. Els models climàtics requereixen la manipulació de quantitats massives de dades i l'estudi d'interaccions complexes simultànies.

En el desenvolupament de nous materials, fins fa poc només es treballava a partir de dades empíriques en metallúrgia, ceràmica i plàstics. Actualment és un cos creixent de coneixements basat en la física, l'enginyeria i les matemàtiques.

El procés de mecanització del càlcul amb què hem començat la nostra intervenció és un antecedent bàsic del que s'anomena la societat tecnològica. Quan parlem de les noves tecnologies ens vénen al cap els ordinadors, les telecomunicacions i tot aquest conjunt de temes que han tingut una explosió d'activitat «mediàtica» tan impressionant els últims anys i que dóna lloc al que s'anomena la «societat de la informació». Tota aquesta explosió no ha estat cosa, però, d'un moment, del moment actual. Si ha estat possible, si és possible encara el creixement de tot aquest entramat, és pels fonaments que han estat construïts i treballats al llarg de molt temps, i, entre aquestes bases, les matemàtiques hi han jugat i hi continuaran jugant un paper essencial i imprescindible. Els exemples de resultats matemàtics que no han trobat aplicació fins molt temps després d'haver estat publicats són nombrosos. Com deia Jacques Hadamard, «l'aplicació pràctica no es troba buscant-la», i es podria dir que tot el progrés de la civilització es basa en aquest principi.

Com a conclusió, reiterem que les matemàtiques són essencials per a resoldre molts problemes tecnològics. Calen matemàtics i mate-

màtiques –dones– que facin el pas de treballar en llocs que permetin abordar aquests problemes. Cal que tinguem present que, com deia Neunzert, les matemàtiques són la clau per a les tecnologies clau. Les tècniques científiques i les necessitats de la societat són ara molt més complexes que en el passat, i l'habilitat per a entendre-les i predir i controlar-ne el comportament requereix, d'una banda, idees i mètodes matemàtics nous, i, de l'altra, més col·laboració efectiva entre els científics, els informàtics i els professionals de diferents àmbits, des dels industrials i els metges fins als economistes i els polítics.

Les persones que treballem a l'ensenyament, i que vivim aquesta irrupció de les noves tecnologies que ens fa replantejar molts aspectes de la nostra feina, ens hem d'esforçar per contribuir a aconseguir que el que s'anomena la «societat de la informació» tendeixi més aviat a ser «societat del coneixement» i fomentar el treball cooperatiu. En particular, els professors de matemàtiques hem d'intentar saber transmetre aquesta visió de les matemàtiques com a base de les aplicacions tecnològiques i com a fonament de l'aplicació de la racionalitat en l'anàlisi i les propostes de solució dels problemes amb què ens enfrontem. Esperem que les noves disposicions sobre l'organització de l'ensenyament secundari obligatori i postobligatori ens ho facilitin.

Cloenda

**Paraules de cloenda del
Dr. Sebastià Xambó i Descamps,
president de
la Societat Catalana
de Matemàtiques**

Honorable president de la Comissió de Cultura del Parlament de Catalunya, il·lustres diputats, digníssimes autoritats, abans que res, voldria expressar la satisfacció de la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM) per la Declaració de suport feta pel Parlament de Catalunya a finals del 1999, i per la celebració avui d'aquest acte sobre l'Any Mundial de les Matemàtiques. La celebració ha honorat la comunitat matemàtica catalana, encara que un Any Mundial de les Matemàtiques connoti, com ha dit el molt honorable president, un índex de mala consciència de la societat.

Aquest Any Mundial de les Matemàtiques té una transcendència especial per a la comunitat matemàtica catalana. Una de les raons principals és, com ja s'ha esmentat en l'obertura d'aquest acte, la celebració del Tercer Congrés Europeu de Matemàtiques (3ecm), del 10 al 14 de juliol, al Palau de Congressos de la Fira de Barcelona, amb una assistència estimada de mil cinc-cents participants. Organitzat per la SCM, és la reunió matemàtica general més important de l'any, segons ens va comunicar la Unió Matemàtica Internacional. Un bon nombre dels temes esmentats avui hi seran tractats.

La cobertura dels mitjans de comunicació de l'Any Mundial de les Matemàtiques i del 3ecm ha estat positiva, però segurament inferior al que hauria estat raonable esperar. En destacaré dos articles, perquè la SCM hi ha tingut un paper destacat: primer, un article al

Notices de maig de l'American Mathematical Society, escrit per Allyn Jackson després de visitar Barcelona a principis de gener d'enguany –hi parla de la comunitat matemàtica de Barcelona i del 3ecm–, i, segon, un article llarg que sortirà en el suplement domini- cal del diari *Avui* del dia 9 de juliol, més enfocat en l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Sigui com sigui, espero que el 3ecm i l'Any Mundial de les Matemàtiques, en general, tinguin efectes positius i inspiradors per molt de temps i en moltes direccions.

L'acte d'avui, gairebé a l'equador de l'Any Mundial de les Matemàtiques, encara que només sigui pel contingut simbòlic de celebrar-se en aquesta seu, ja seria molt important per a promoure els tres punts de la Declaració de Rio. Espero, però, que les idees que s'han debatut aquí representin alguna cosa més, que iniciïn un desenvolupament sostingut a casa nostra de les llavors sembrades a Rio i que hem començat a conrear.

Si s'accepta que les matemàtiques són un factor clau per al desenvolupament, s'hauria de vetllar per tal que les actuacions col·lectives en aquesta matèria fossin òptimes. Això afecta especialment la docència a tots els nivells: si és important que s'ensenyin matemàtiques, s'han de garantir les condicions per tal que s'ensenyin adequadament. En particular, s'ha d'evitar caure en el fals debat ciències-humanitats. N'hi hauria prou de seguir l'esperit i les recomanacions explícites del magnífic discurs del president d'aquest Parlament, el molt honorable senyor Joan Rigol, fet durant l'acte d'obertura.

En la societat del coneixement envers la qual sembla que caminem, les matemàtiques segurament tindran un paper encara més important del que han tingut fins ara. Catalunya podria ser molt forta, matemàticament parlant, si l'optimització que he esmentat es produís; altrament, altres faran la feina per nosaltres, amb totes les conseqüències que això comporta.

Per a veure les conseqüències devastadores d'un enfocament auto-complaent i curt de vista, en particular pel que fa a la competència matemàtica d'una societat, o, inversament, pel que fa a l'avantatge que representa, es pot recomanar, a més de tot el que hem escoltat avui, la lectura –per cert, molt amena– del llibre de Simon Singh sobre la història de la criptografia, *Códigos Secretos*, d'Editorial Debate, especialment quan fa referència a Felip II i quan fa referència a les terribles màquines Enigma, produïdes i usades pels alemanys durant la Segona Guerra Mundial. Tot i que el llibre de Singh només fa referència al paper de les matemàtiques en el món de la criptografia, és de lectura obligada per a tothom que vulgui reflexionar sobre què s'hi juga una societat que per les raons que sigui resulta ser poc competent en les funcions d'anàlisi i síntesi de dades abstractes. I, parlant de Singh, no puc resistir d'esmentar un altre llibre seu, *L'enigma de Fermat*, d'Edicions 62, ja que dóna el contrapunt de les formes més genuïnes de la recerca matemàtica i del llarg temps que sovint cal per tal que les idees matemàtiques fructifiquin. Una lectura també molt recomanable, sobretot de cara a l'estiu.

També voldria dir unes paraules amb relació a les manifestacions d'avui sobre l'estat de la matemàtica a secundària. En vint-i-cinc o trenta anys hem passat a un nivell internacionalment reconegut. No obstant això, fa vint-i-cinc anys la situació també semblava molt negra, però crec que ens en vam anar sortint. Les circumstàncies varien, les matemàtiques queden, i estic segur que l'acte d'avui tindrà una influència positiva per a dissoldre els núvols que avui enfosqueixen l'horitzó. En aquest sentit, voldria animar tothom a prosseguir amb entusiasme el conreu, la docència i les aplicacions d'aquesta ciència, tal com s'ha fet durant més de tres mil·lennis. L'educació dels alumnes és el que realment importa, i, si no oblidem aquest principi, també ens n'anirem sortint ara.

Per a acabar, permeteu-me agrair, en nom de la Societat Catalana de Matemàtiques, al Parlament de Catalunya, al president del Parlament, molt honorable senyor Joan Rigol, i a la Comissió de Cultura

d'aquest Parlament l'honor d'obrir-nos les portes aquest 19 de juny de l'Any Mundial de les Matemàtiques, i poder expressar on som, cap a on voldríem anar i, també, les nostres preocupacions.

He de donar les gràcies, també, a totes les persones i les institucions que ho han fet possible: la mateixa Societat Catalana de Matemàtiques, de l'Institut d'Estudis Catalans, que va promoure la creació de la Comissió per a l'Any Mundial de les Matemàtiques, amb un esperit integrador i transversal; la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona; el Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona; la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya, i la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques.

He de donar les gràcies, molt especialment, als membres de la Comissió per a l'Any Mundial de les Matemàtiques: el president, Joaquim Ortega, i els doctors Pere Mumbrú, Armengol Gasull, Joan Carles Lario i Jordi Comellas.

Cal agrair als coordinadors de les taules rodones i als seus ponents la magnífica tasca de síntesi que han fet per presentar l'estat actual de les matemàtiques a Catalunya i les perspectives de futur.

I cal agrair la participació de tots els assistents a aquest acte, per haver respost a aquesta important convocatòria.

Gràcies a tothom de nou, i que el mig Any Mundial de les Matemàtiques que resta sigui propici a tots.

**Paraules de cloenda de
l'H. Sr. Joaquim Ferrer i Roca,
president de la Comissió
de Política Cultural
del Parlament de Catalunya**

Permeteu-me unes breus paraules per a cloure aquesta sessió. Ara fa uns minuts en Sebastià Xambó donava les gràcies al Parlament i a la Comissió de Cultura, en concret, per haver pogut celebrar aquesta sessió aquí. Jo haig de recordar-vos el que diu l'Estatut d'autonomia de Catalunya: la Generalitat, que és la institució tradicional de govern dels catalans, és composta pel Parlament, pel president de la Generalitat i pel Consell Executiu o Govern. És a dir, no us podem dir benvinguts a cap de vosaltres perquè tots sou a casa vostra. El Parlament és una peça òbviament essencial de la Generalitat, que és de tots els habitants d'aquest país.

Recordant, ara fa una estona, una entrevista feta al sociòleg Manuel Castells fa escassament una setmana en un diari important de Barcelona, el sociòleg anava explicant tots els canvis que, a la seva manera de veure, succeiran o estan succeint ja en l'escenari internacional, i també, òbviament, al nostre país. I al final de l'entrevista, molt impressionat, l'entrevistador li va dir, exactament: «Escolti'm, jo, als meus fills, què haig d'ensenyar-los davant aquesta pluja de canvis?» I el sociòleg li contestava: «Procuri que aprenguin llengua, matemàtiques i història.»

Vull dir-vos amb això que és evident que les matemàtiques continuen sent un element essencial, bàsic; no és una moda, no és res d'això, és un element que supera les etapes i que, evidentment, en aquesta nova època, en aquesta nova revolució en la qual estem immersos, continuarà sent un element essencial.

Per acabar, voldria subratllar-vos un fet, i és que tots, tant si treballeu en el camp de la llengua, de la història, de les matemàtiques, en l'especialitat que sigui, tant si ens dediquem a la política, per una etapa, com si som en qualsevol altra activitat, convé que tinguem present que hem començat una nova època i que aquesta ens demana un treball exigent, una visió de conjunt.

Ara fa dos-cents anys va començar una revolució industrial que va significar un avenç tècnic i una transformació, i la creació de les classes socials que havíem conegut, però creà una societat molt injusta, i durant segles van haver-hi classes socials enfrontades entre elles. Ara hem iniciat una nova revolució, ja hi som immersos. Convé fer-hi atenció, per no repetir l'experiència. Cal un gran avenç tecnològic i, també, un gran avenç cultural, social i polític alhora.

Per tant, crec que val la pena, en acabar aquesta sessió, que ha estat intensa, subratllar aquesta exigència que tenim tots, siguem en el camp que siguem, de tenir una visió global i de procurar que aquesta nova etapa no sigui només un avenç tecnològic, no sigui només un avenç cultural, no sigui només un avenç polític o social, sinó que ho sigui alhora, i si és alhora, evidentment, aleshores segur que no podrem fer el balanç que avui fem de la revolució industrial, que va ser, a part dels avenços, també època de grans confrontacions, de grans injustícies.

Per a evitar això necessitem aquesta visió global de tothom. I, òbviament, els matemàtics, que sempre han estat importants i continuaran sent-ho, sereu un element, sou un element important per a empènyer aquesta visió de conjunt. És una gran responsabilitat.

Gràcies.